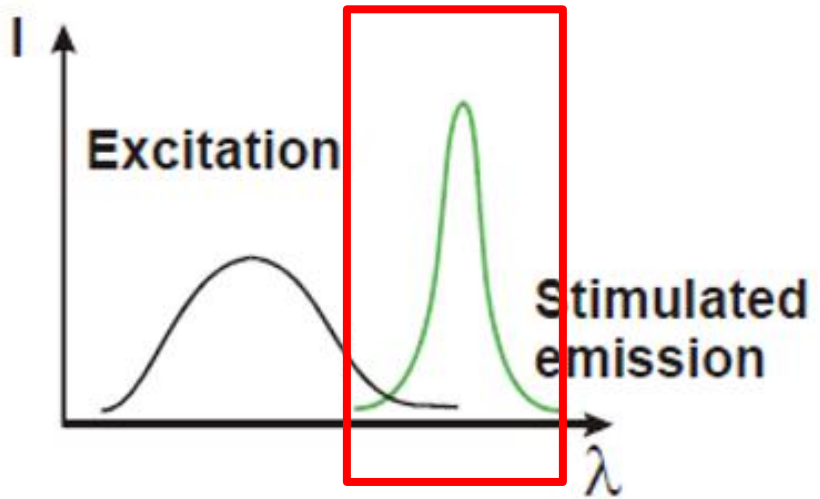


SYNCHRONIZACJA MODÓW

DR HAB. INŻ. BEATA BROŻEK-PŁUSKA, PROFESOR UCZELNI

MODY PODŁUŻNE



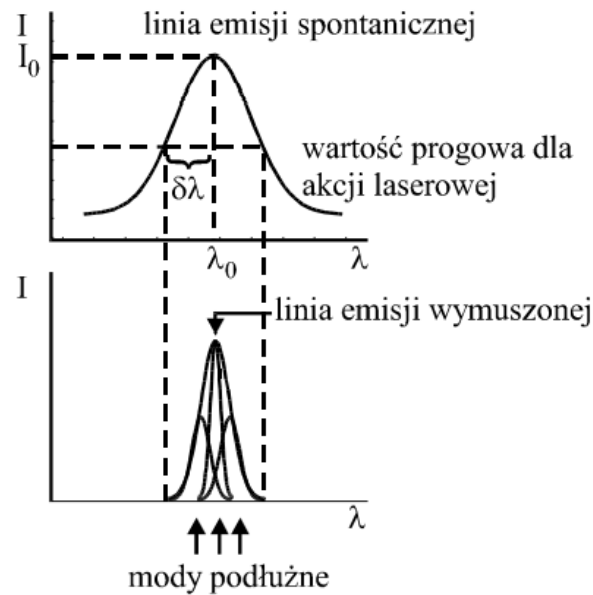
Wzmocnieniu ulegają tylko te długości fal dla których spełniony jest warunek fal stojącej

$$L = n \lambda / 2$$

Fala stojąca powstająca wzdłuż osi rezonatora charakteryzowana przez długość λ i liczbę całkowitą n nosi nazwę **modu wzdłużnego**

$$\Delta \nu = [(c(n+1)/2L) - (cn/2L)] = c/2L$$

Odwrotność czasu dwukrotnego przebiegu światła przez rezonator optyczny



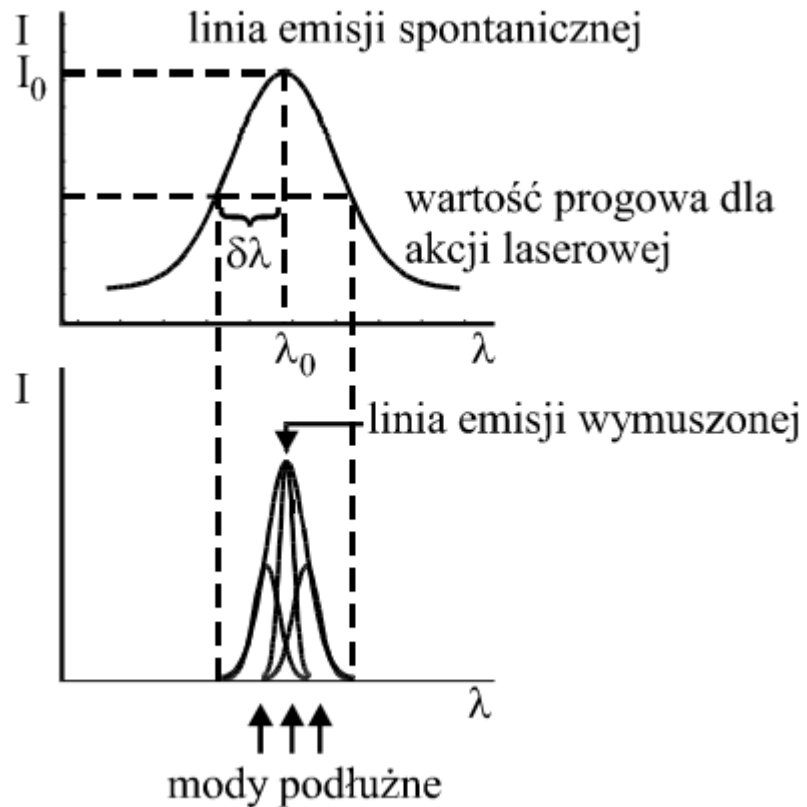
Stąd całkowita liczba modów N mieszcząca się w szerokości linii emisji spontanicznej wynosi:

$$N = n_{\max} - n_{\min} = 4L\delta\lambda / \lambda_0^2$$

- szerokości linii emisji spontanicznej $\delta\lambda$
- długości rezonatora L
- zakresu widmowego

MODY PODŁUŻNE

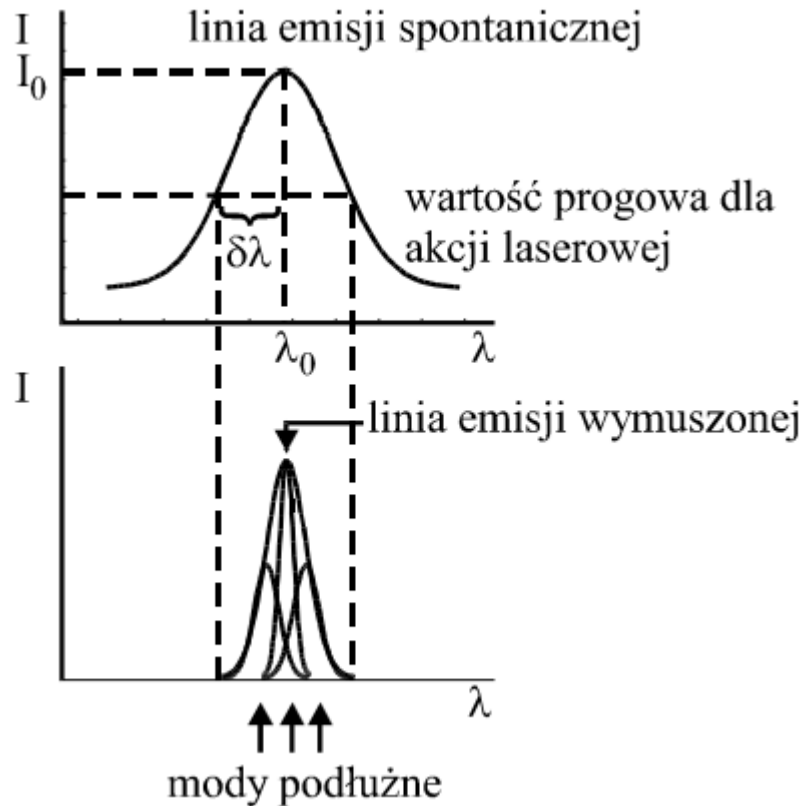
Co jest przyczyną poszerzenia pojedynczej linii emisji wymuszonej ?



$$\Delta_{\text{las}} = \frac{2\pi h \nu_0 \Delta \nu_{\text{rez}}}{P} \left(\frac{N_2}{N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1}} \right)$$

- Moc lasera pompującego P
- Stopnia inwersji obsadzeni
- Dobroci rezonatora Q

MODY PODŁUŻNE



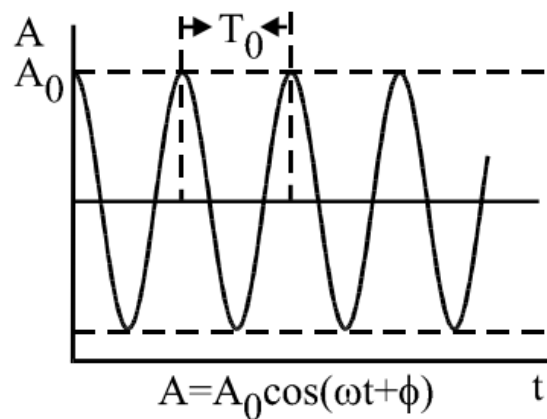
Q-dobroć rezonatora

W rzeczywistości jest ona dużo większa, co wynika między innymi stąd, że:

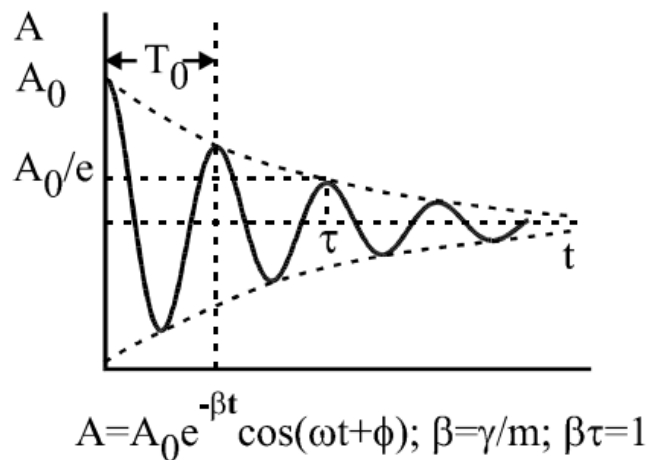
- a) dobroć rezonatora Q jest zazwyczaj dużo mniejsza niż oszacowana teoretycznie wartość na skutek strat energii promienistej spowodowanej niedoskonałością ośrodka czynnego oraz dyfrakcji,
- b) ogrzewanie ośrodka wskutek silnego pompowania optycznego powoduje rozszerzanie materiału czynnego,
- c) istnieją niestabilności mechaniczne rezonatora (drgania, rozszerzanie rezonatora).

MODY PODŁUŻNE

a)



b)

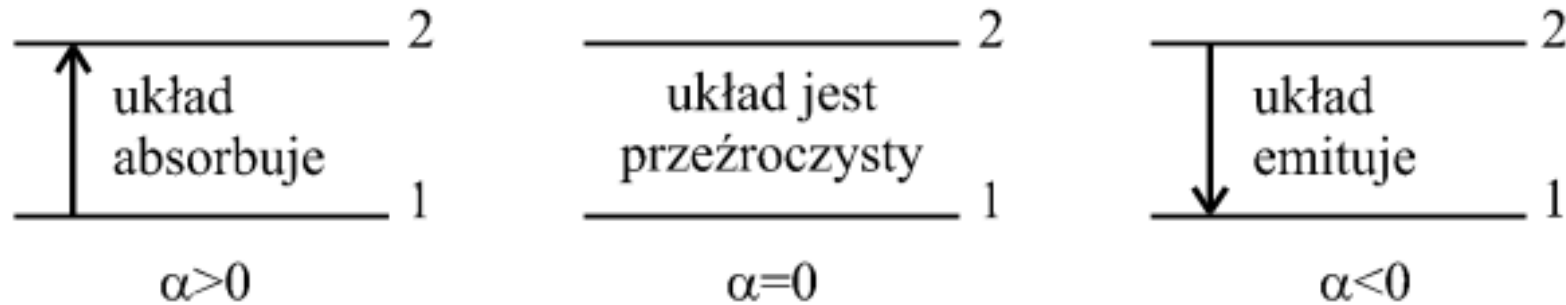


$$\Delta_{\text{las}} = 2\pi\beta = 2\pi \frac{\omega_0}{Q}$$

Wykres drgań oscylatora harmonicznego (a) i tłumionego (b)

Zjawisko wzmocnienia i nasycenia.

Rozkład mocy w przekroju poprzecznym (TEM)



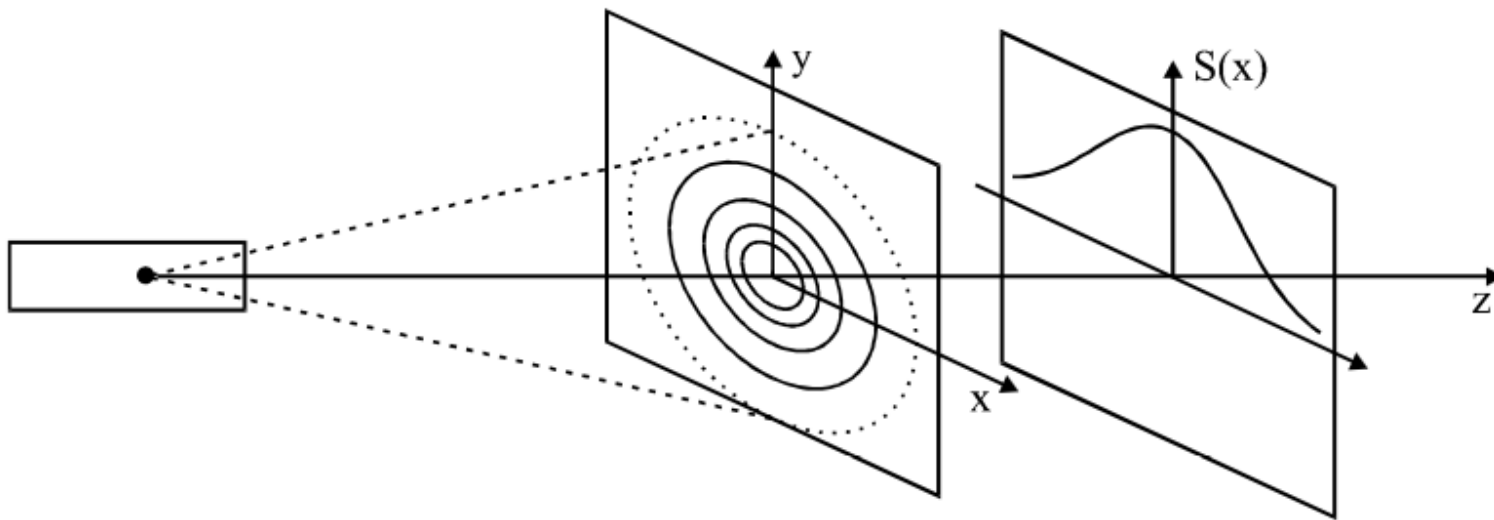
Zależność współczynnika absorpcji od natężenia padającego promieniowania w zakresie optyki nieliniowej

$$\frac{I_s \sigma}{h\nu} = \frac{1}{2\tau}$$

$$I_s \tau_{\text{imp}} = \frac{h\nu}{2\sigma}$$

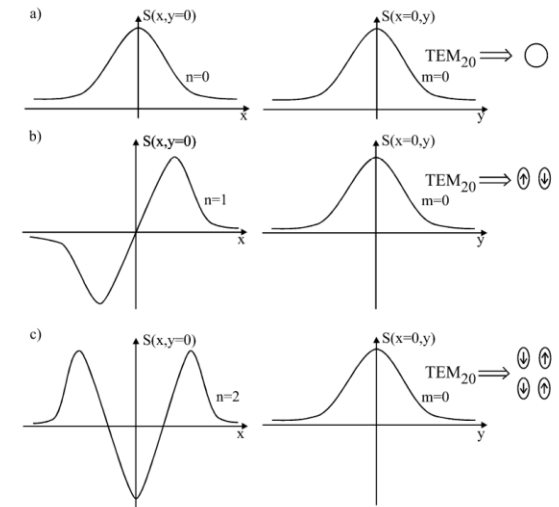
Zjawisko wzmocnienia i nasycenia.

Rozkład mocy w przekroju poprzecznym (TEM)



Rozkład natężenia w kierunku poprzecznym

$$\frac{4L}{\lambda} = 2q + (m + n + 1)$$



Rozkład amplitudy pola elektrycznego dla różnych modów poprzecznych

SYNCHRONIZACJA MODÓW

W warunkach generacji swobodnej lasery gazowe, ciekłe i stałe wytwarzają chaotyczną mieszaninę modów poprzecznych i podłużnych z różnicą faz między modami, która zmienia się w czasie.

Spójność jest bowiem tylko cechą pojedynczego modu.

Jeżeli w jakiś sposób doprowadzimy do tego, aby różnica faz między sąsiednimi modami była stała, to emisja lasera odbywa się jako ciąg regularnych impulsów wysyłanych w odstępach czasu.

$$T = \frac{2L}{c}$$

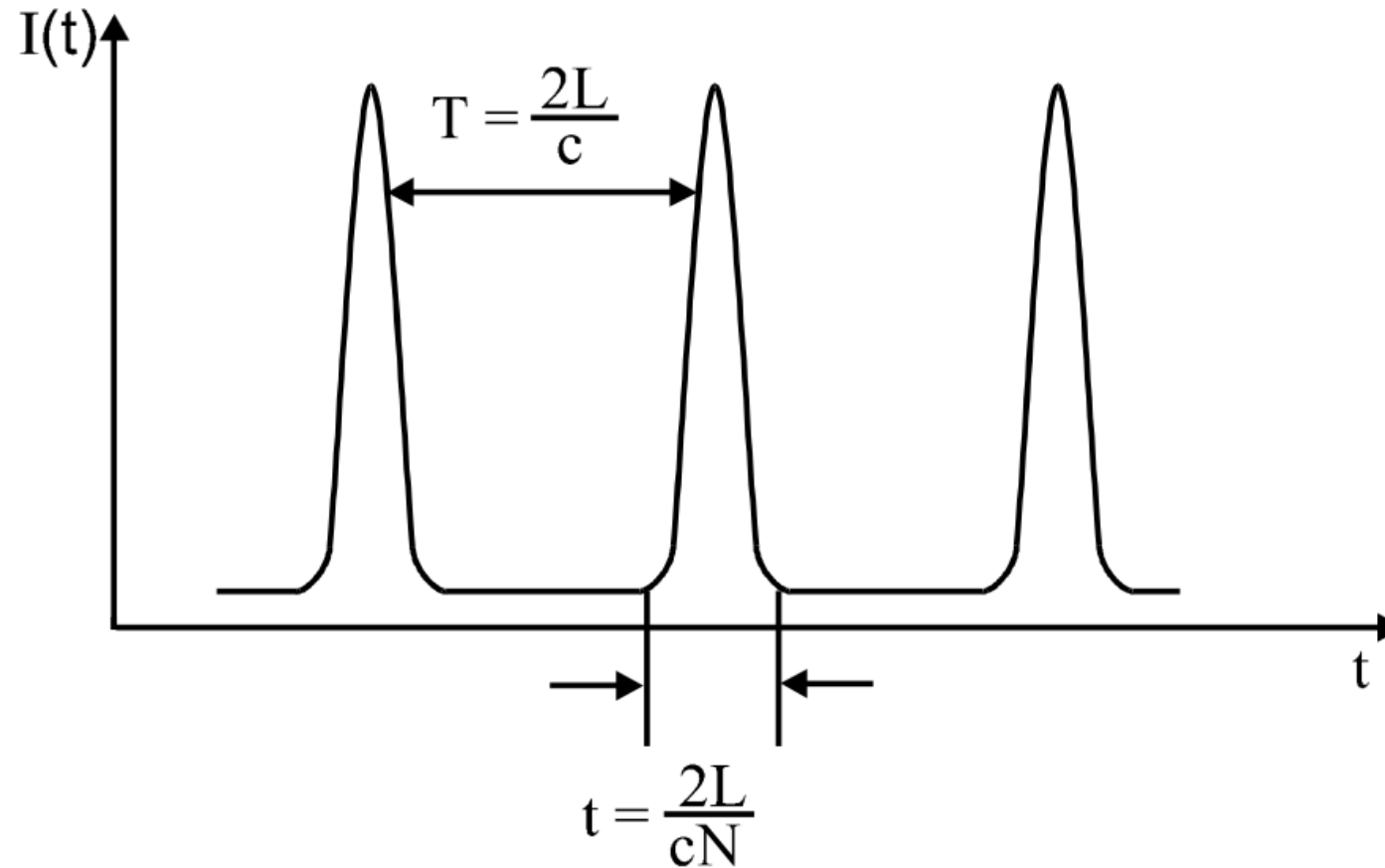
z czasem trwania pojedynczego impulsu:

$$t = \frac{T}{N} = \frac{2L}{cN}$$

gdzie N jest liczbą modów generowanych przez rezonator optyczny, L - długość rezonatora, c - prędkość światła.

SYNCHRONIZACJA MODÓW

Procedura eksperymentalna, wymuszająca utrzymanie stałej różnicy faz między modami prowadzi do reżimu pracy zwanego **synchronizacją modów**



SYNCHRONIZACJA MODÓW

Liczba modów N zależy od szerokości linii emisji spontanicznej (fluorescencji) $\delta\lambda$

$$N = \frac{4L\delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

właściwości widmowe ośrodka czynnego decydują o czasie trwania impulsu.

lasery barwnikowe

impulsy pikosekundowe 10^{-12} s

lasery gazowe

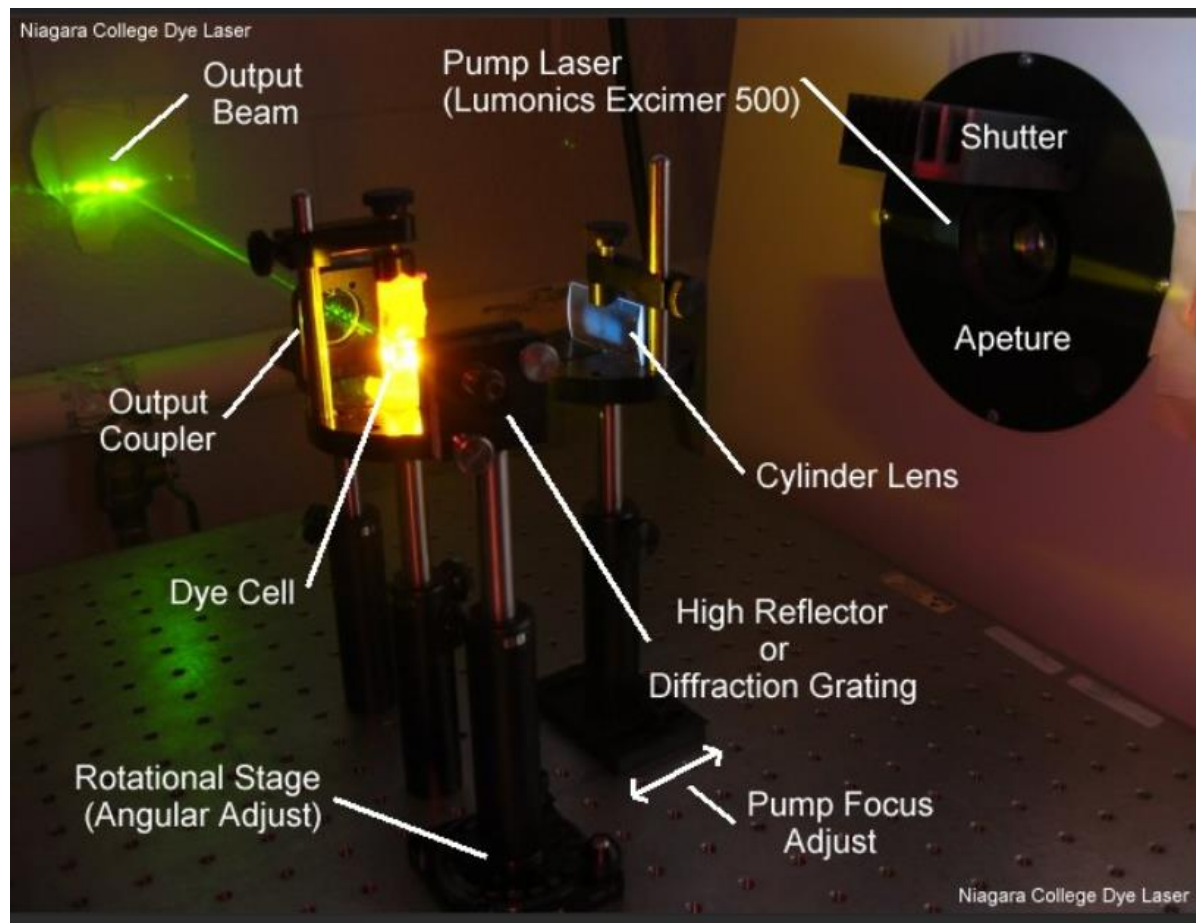
impulsy nanosekundowe 10^{-9} s

lasery na ciele stałym

lasery wibronowe

impulsy femtosekundowe 10^{-15} s

SYNCHRONIZACJA MODÓW

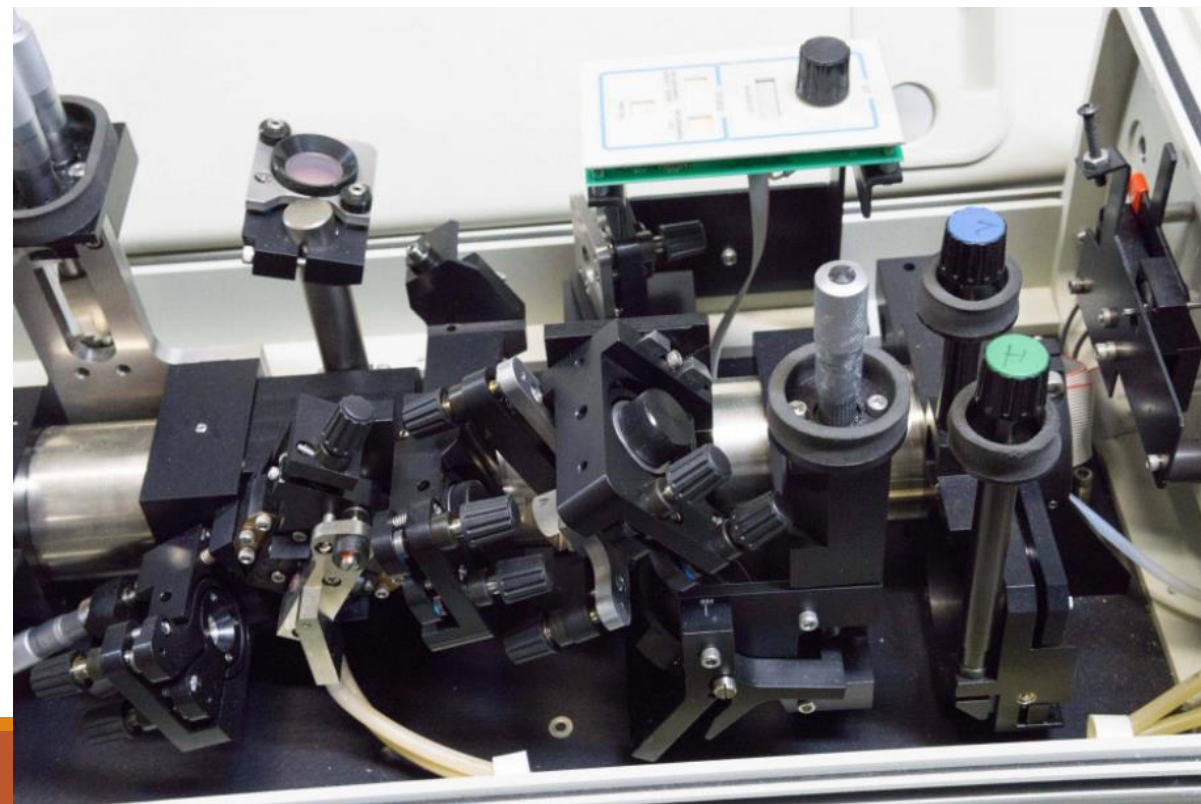


lasery barwnikowe impulsy pikosekundowe 10^{-12} s

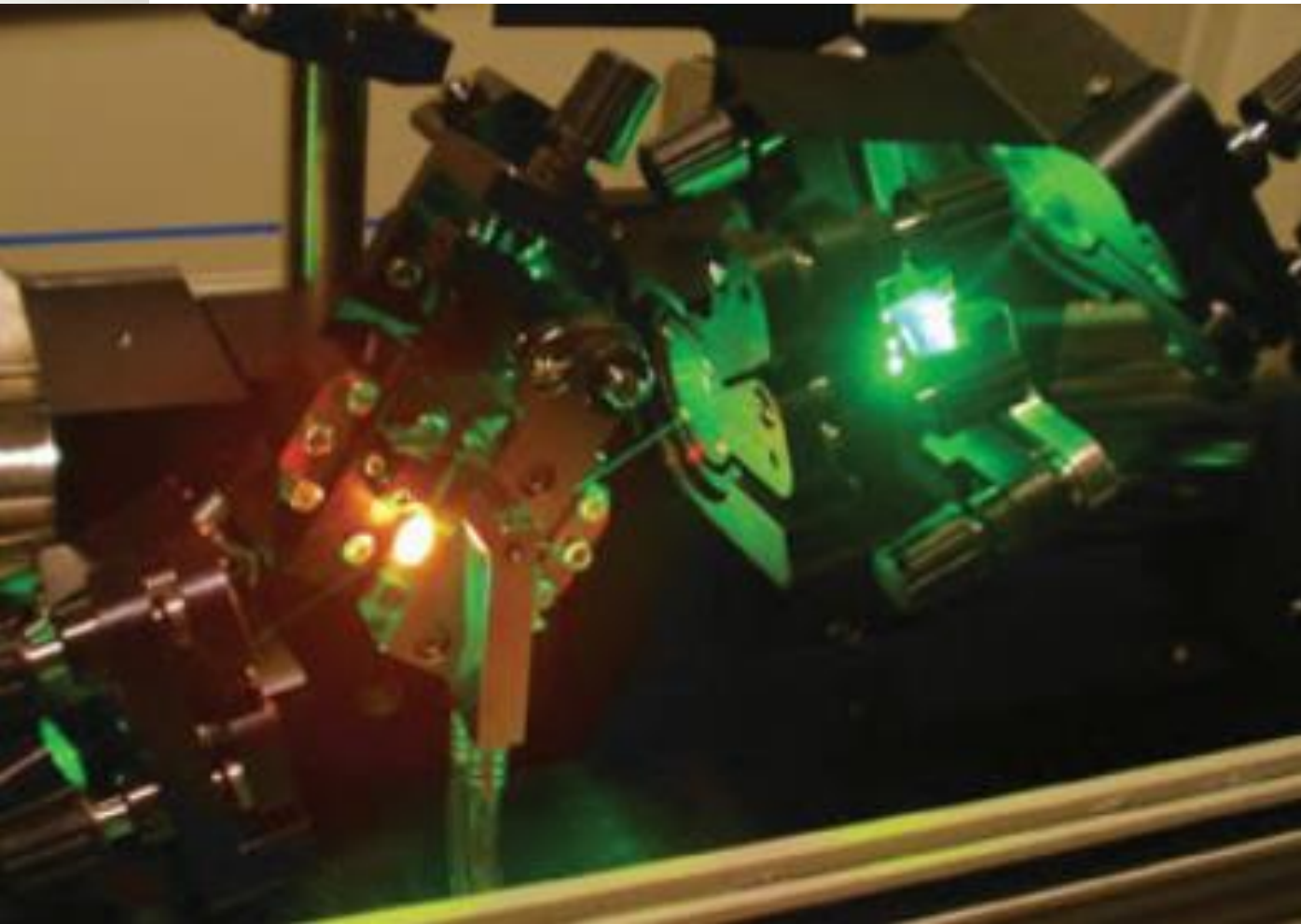
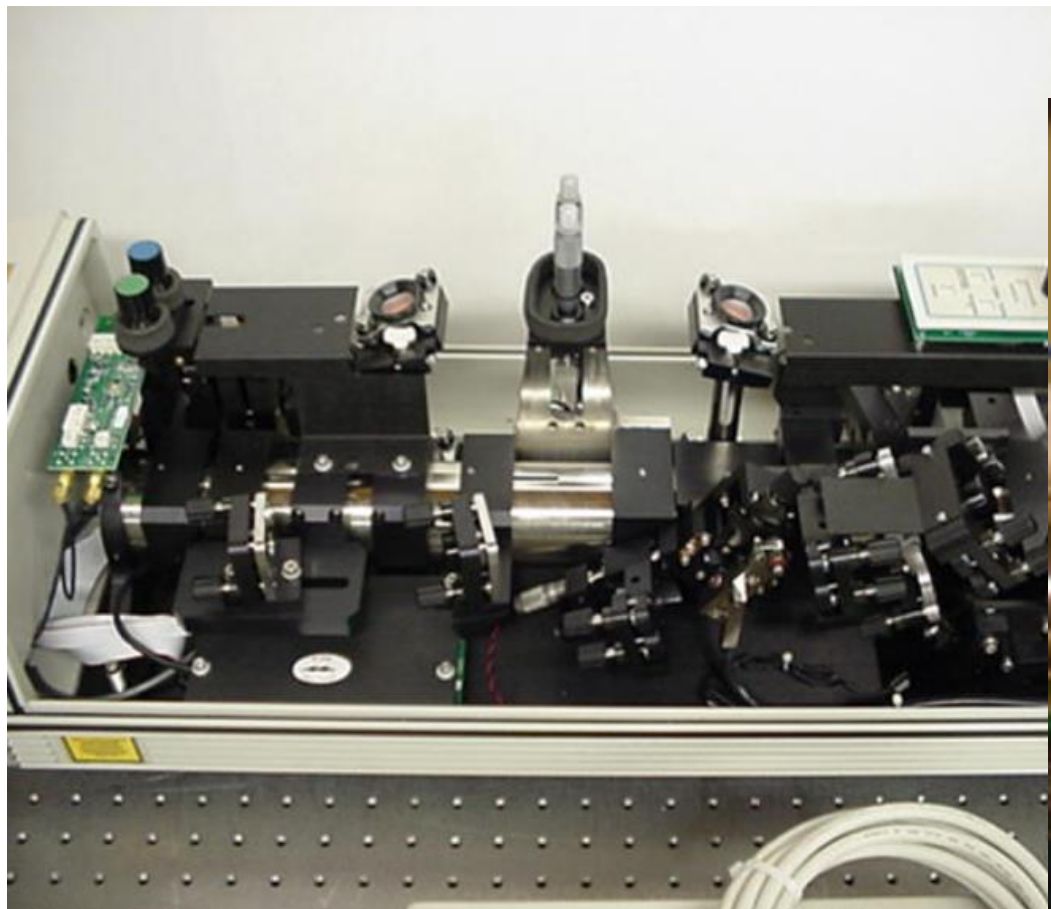
lasery gazowe impulsy nanosekundowe 10^{-9} s

lasery na ciele stałym

lasery wibronowe impulsy femtosekundowe 10^{-15} s



SYNCHRONIZACJA MODÓW



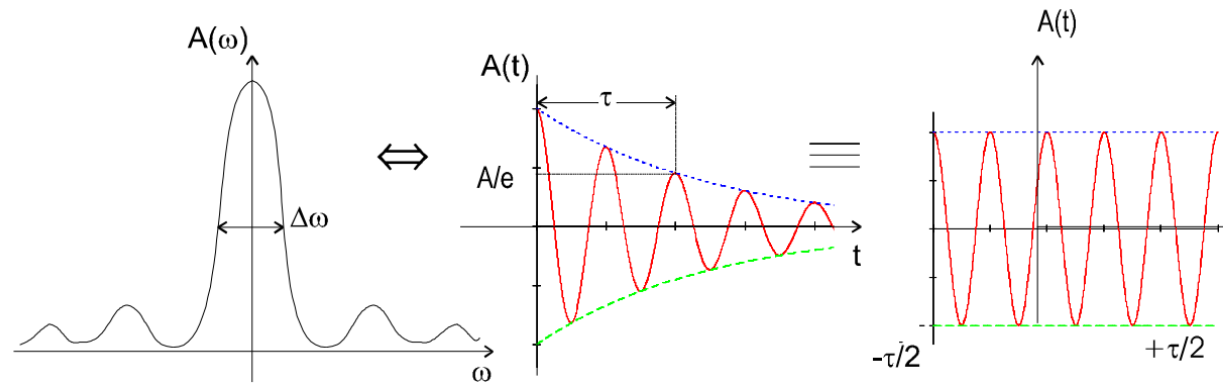
SYNCHRONIZACJA MODÓW

Założmy dla uproszczenia, że generowane mody są falami płaskimi

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t}$$

Oznacza to, że rozkład widmowy pojedynczego modu podłużnego jest opisany deltą Diraca

Zastosujemy to przybliżenie, z teorii transformacji Fouriera wynika, iż linię widmową o skończonej szerokości $\Delta\omega$, której odpowiada sygnał tłumiony w nieskończonym interwale czasowym $(0, \infty)$ w domenie czasowej, można zastąpić transformatą sygnału nietłumionego w skończonym interwale czasowym $-\tau/2, \tau/2$, a więc falą płaską.



SYNCHRONIZACJA MODÓW

Wypadkowe pole elektryczne pochodzące od $N = 2n + 1$ modów jest więc określone sumą

$$E(t) = \sum_{k=-n}^n E_0 \exp \{ i [(\omega_0 + k \Delta \omega_q) t + k \Delta \varphi_q] \}$$

$$E(t) = E_0 e^{i \omega t}$$

gdzie $\Delta \omega_q$ jest różnicą częstości między sąsiednimi modami podłużnymi, $\Delta \varphi_q$ zaś jest różnicą faz między nimi. Skorzystajmy z tożsamości

$$\sum_{k=-n}^n e^{i k \alpha} = 2 \sum_{k=0}^n \cos k \alpha - 1$$
$$\sum_{k=-n}^n \cos(k \alpha) = \frac{\cos \frac{n \alpha}{2} \sin \frac{\alpha(n+1)}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} .$$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \sum_{k=-n}^n \exp[i(k\Delta\omega_q t + k\Delta\varphi_q)] \\ &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \left[2 \sum_{k=0}^n \cos(k\Delta\omega_q t + k\Delta\varphi_q) - 1 \right] \\ &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \left[\frac{2 \cos\left(n \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}\right) \sin\left[(n+1) \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}\right]}{\sin \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}} - 1 \right] \end{aligned}$$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

Podstawmy

$$\alpha = (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q)$$

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \left[\frac{2 \cos \frac{n\alpha}{2} \sin \frac{(n+1)\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right] \\ &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \frac{\left[2 \cos \frac{n\alpha}{2} \left(\sin \frac{n\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{n\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \right) - \sin \frac{\alpha}{2} \right]}{\sin \frac{\alpha}{2}} \\ &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \frac{\cos \frac{2n\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{2n\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \\ &= E_0 \exp(i\omega_0 t) \frac{\sin \left[(2n+1) \frac{\alpha}{2} \right]}{\sin \frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

Ponieważ $2n + 1 = N$ jest równe liczbie zsynchronizowanych modów, możemy napisać

$$E = E_0 \exp(i\omega_0 t) \frac{\sin \frac{N(\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q)}{2}}{\sin \frac{(\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q)}{2}}$$

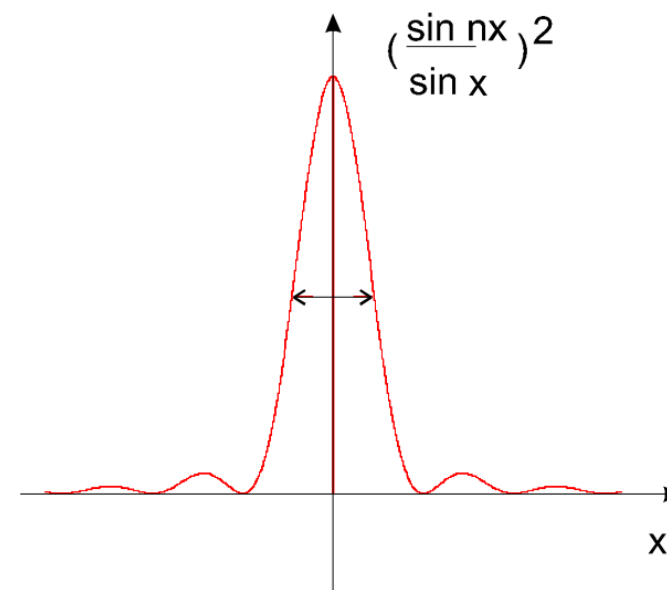
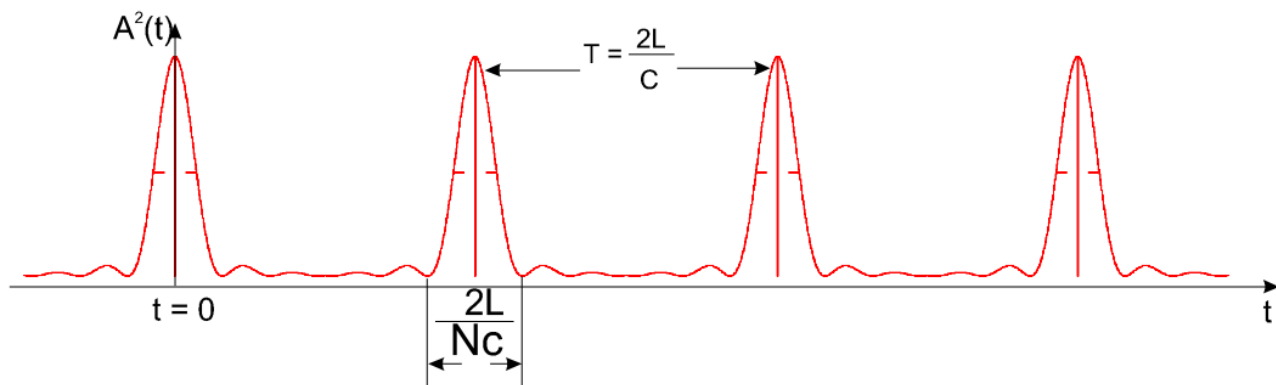
Jeżeli różnica faz między kolejnymi modami podłużnymi $\Delta\varphi_q$ zależy od czasu i zmienia się w sposób przypadkowy, to również wypadkowe pole elektryczne E pochodzące od N modów podłużnych zmienia się chaotycznie w czasie. Jeżeli jednak różnica faz $\Delta\varphi_q$ między modami jest stała, to całkowite natężenie pola elektrycznego E powstające w wyniku interferencji N zsynchronizowanych modów podłużnych jest zmodulowanym amplitudowo drganiem o częstotliwości nośnej ω_0 , równej częstotliwości modu centralnego o obwiedni, wyrażonej wzorem

$$A(t) = E_0 \frac{\sin N(\Delta\omega t + \Delta\varphi_q) / 2}{\sin(\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) / 2}$$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

Natężenie promieniowania $I(t) = A^2(t)$, które powstało w wyniku interferencji jest więc funkcją typu dyfrakcyjnego

$$\left(\frac{\sin nx}{\sin x} \right)^2 \text{ z maksimum dla } x = 0$$



Przebieg funkcji $\left(\frac{\sin nx}{\sin x} \right)^2$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

czyli

$$\sin N(\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) / 2 = 0 ,$$

oraz

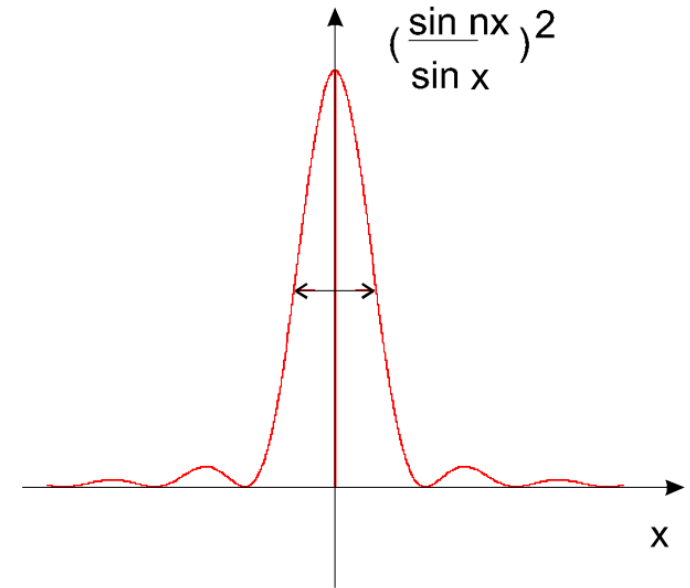
$$N(\Delta\omega_q t_1 + \Delta\varphi_q) / 2 = 0 ,$$

$$N(\Delta\omega_q t_2 + \Delta\varphi_q) / 2 = \pi$$

$$t_{\text{imp}} = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{N\Delta\omega_q} = \frac{2L}{Nc} .$$

relacja wiążąca długość trwania
impulsu z szerokością widmową
pasma fluorescencyjnego emisji
spontanicznej

$$t_{\text{imp}} = t_2 - t_1 = \frac{\lambda_0^2}{2c\delta\lambda}$$



Przebieg funkcji $\left(\frac{\sin nx}{\sin x}\right)^2$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

$$t_{\text{imp}} = t_2 - t_1 = \frac{\lambda_0^2}{2c\delta\lambda}$$

Relacja powyżej jest konsekwencją zależności między domeną czasową i domeną częstości opisanej za pomocą transformaty Fouriera. Szczególnym przypadkiem zależności między domeną czasową i domeną częstości jest zasada nieoznaczoności Heisenberga

$$\Delta t \Delta E \geq h / 2\pi$$

gdzie Δt określa nieoznaczoność czasu, która może być interpretowana jako czas trwania impulsu

SYNCHRONIZACJA MODÓW

Iloczyn czasu i szerokości widmowej $\Delta t_{FWHH} \Delta \nu_{FWHH}$ dla różnych kształtów impulsu czasowego

Funkcja	$I(t)$	$\Delta t_{FWHH} \Delta \nu_{FWHH}$
Kwadratowa	$I(t)=1; t \leq t_{imp}/2$ $I(t)=0; t > t_{imp}/2$	1,000
Dyfrakcyjna	$I(t) = \frac{\sin^2\left(\frac{t}{\Delta t_{FWHH}}\right)}{\left(\frac{t}{\Delta t_{FWHH}}\right)^2}$	0,886
Gauss	$I(t) = \exp\left(- (4\ln 2) t^2 / 2 \Delta t_{FWHH}^2\right)$	0,441
Secans hiperboliczny	$I(t) = \operatorname{sech}^2\left(\frac{1,76t}{\Delta t_{FWHH}}\right)$	0,315
Lorentz	$I(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{4t^2}{\Delta t_{FWHH}^2}\right)}$	0,221
Wykładnicza	$I(t) = \exp\left(\frac{-(\ln 2)t}{\Delta t_{FWHH}}\right)$	0,142

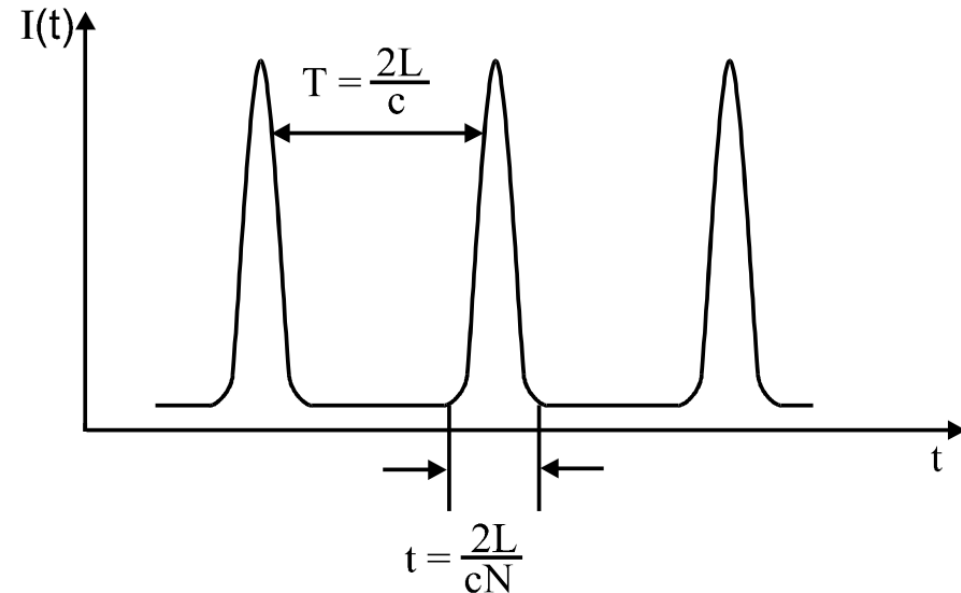
SYNCHRONIZACJA MODÓW

Istnieje wiele różnych sposobów synchronizacji, ale zasada każdego z nich sprowadza się do periodycznej modulacji parametrów rezonatora (amplitudy lub częstotliwości) z częstotliwością równą różnicy częstotliwości sąsiednich modów podłużnych $\Delta\omega_q$.

Metody synchronizacji modów dzielimy na metody synchronizacji

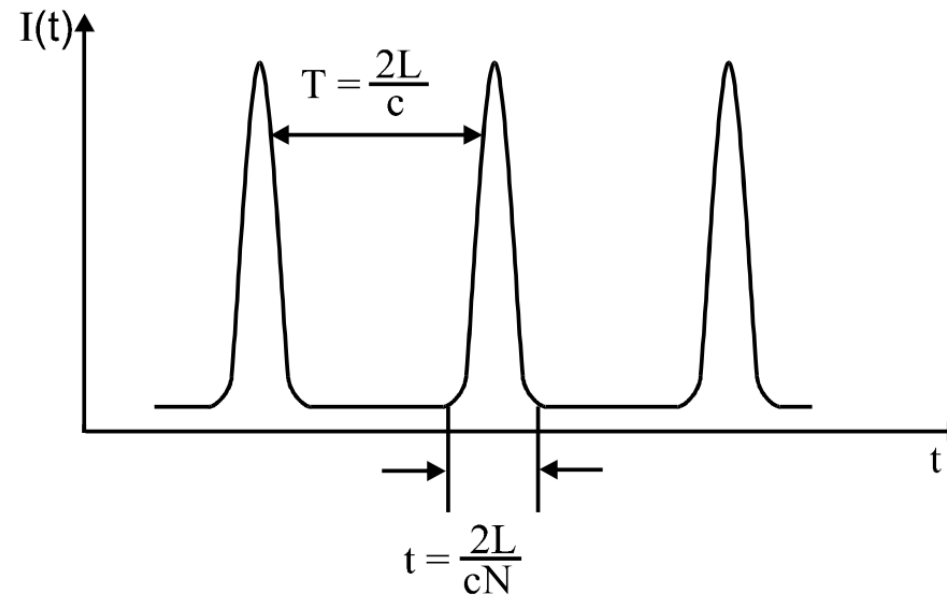
- aktywnej (wymuszonej z zewnątrz)
- i
- synchronizacji pasywnej.

Szczególnym przypadkiem synchronizacji pasywnej jest autosynchronizacja zachodząca samorzutnie w ośrodku czynnym z wykorzystaniem zjawiska samoogniskowania.

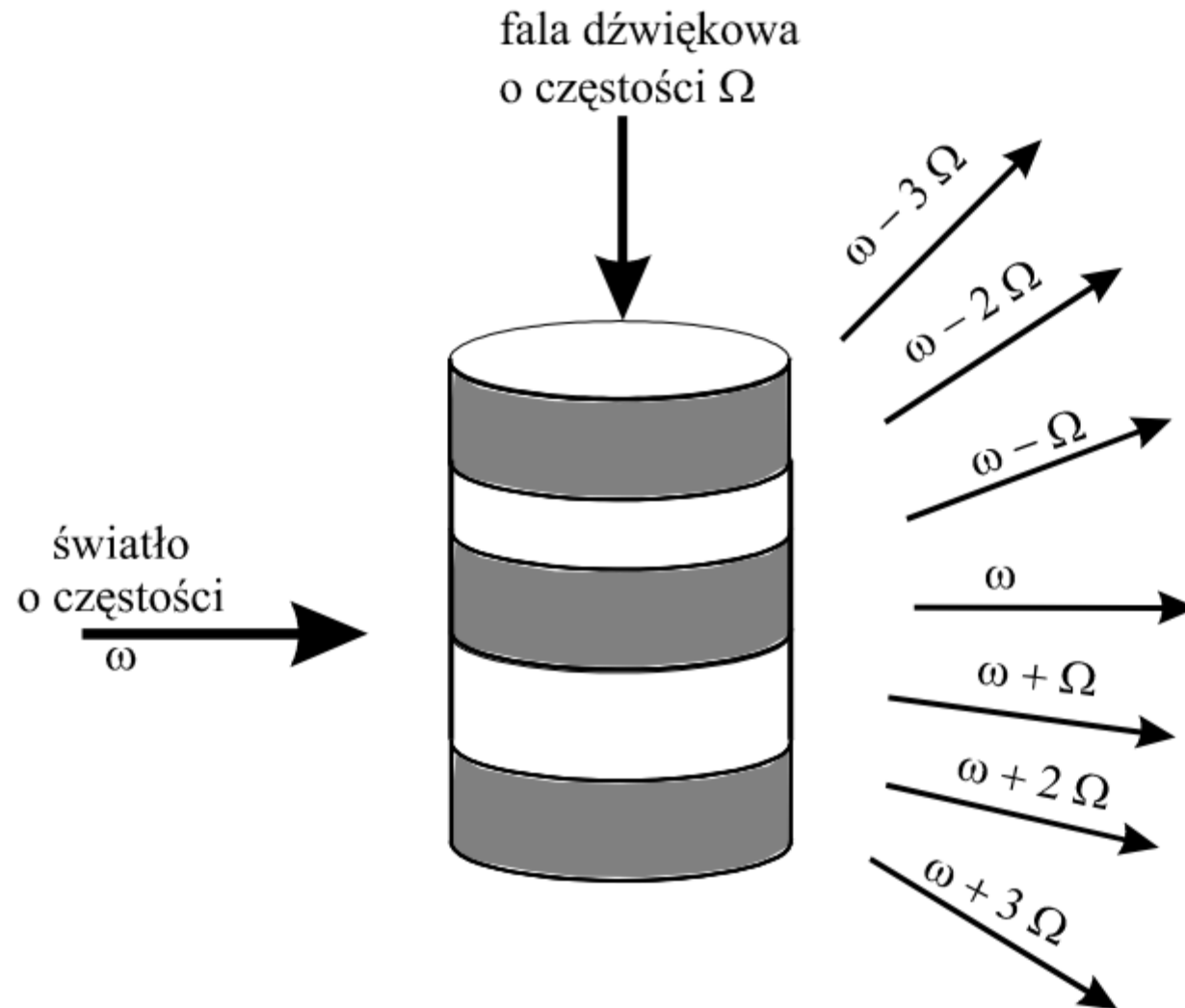


SYNCHRONIZACJA MODÓW

- **modulując długość rezonatora L** poprzez wprowadzenie w drganie jednego ze zwierciadeł z częstotliwością międzymodową $\Delta\omega_q$ (modulacja częstotliwości-synchronizacja aktywna),
- **stosując przetwornik optoakustyczny**, który wytwarzając falę akustyczną, moduluje natężenie światła przechodzącego przez rezonator z częstotliwością $\Delta\omega_q$ (modulacja amplitudy);
- **modulując współczynnik wzmocnienia ośrodka aktywnego** (modulacja amplitudy) metodą nasycających się absorbentów (wybielających się filtrów).

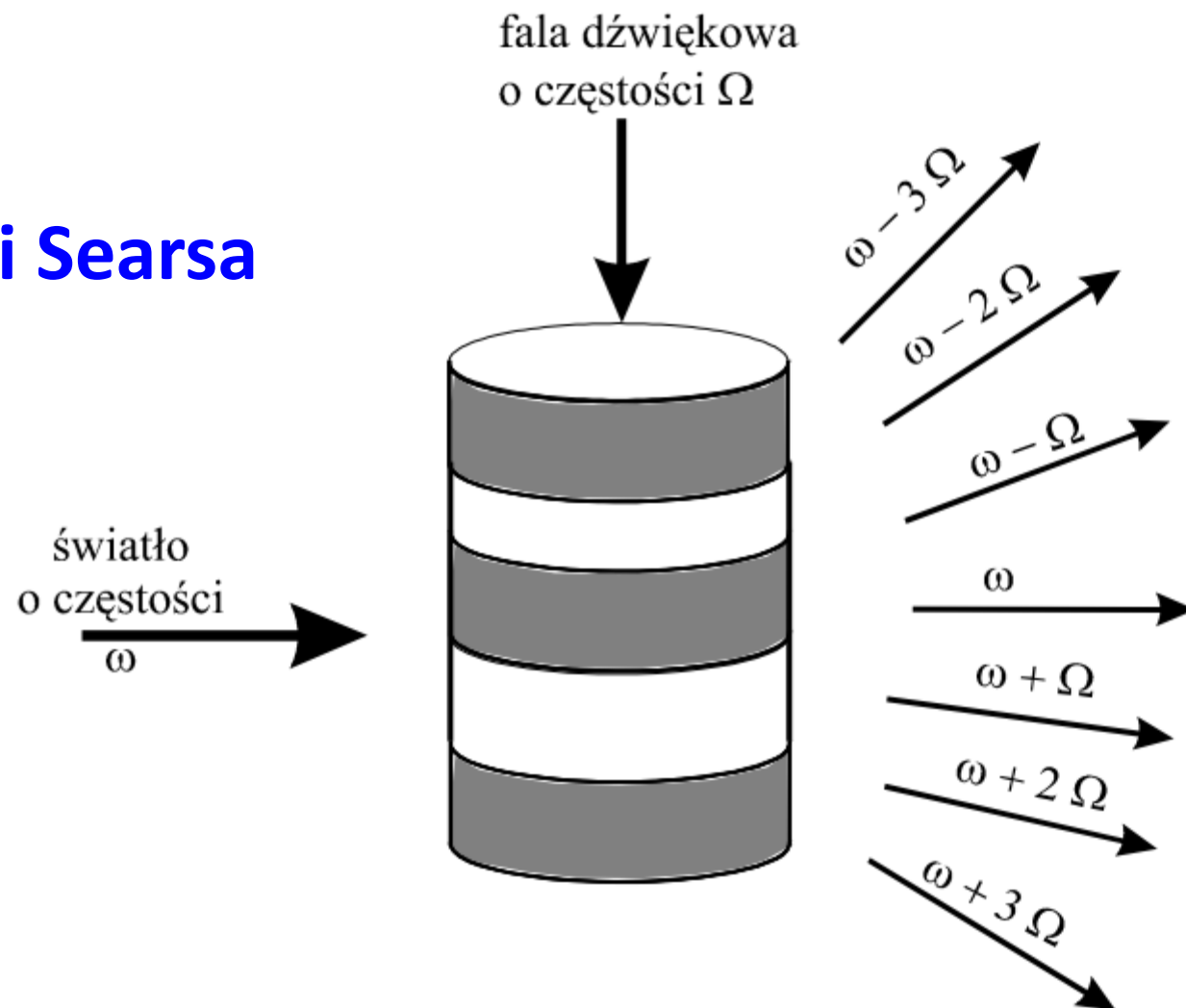


SYNCHRONIZACJA MODÓW



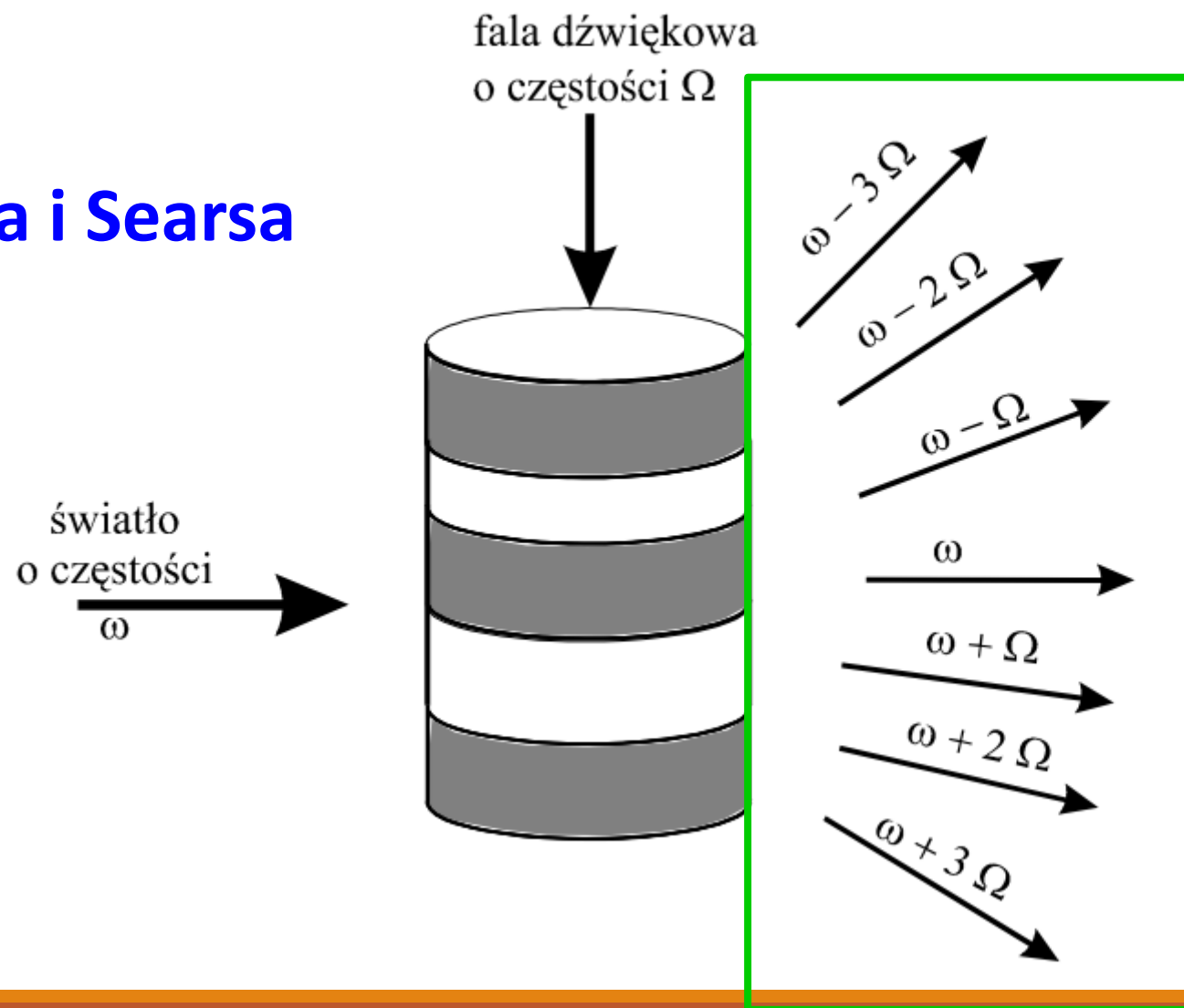
SYNCHRONIZACJA MODÓW

efekt Debye'a i Searsa

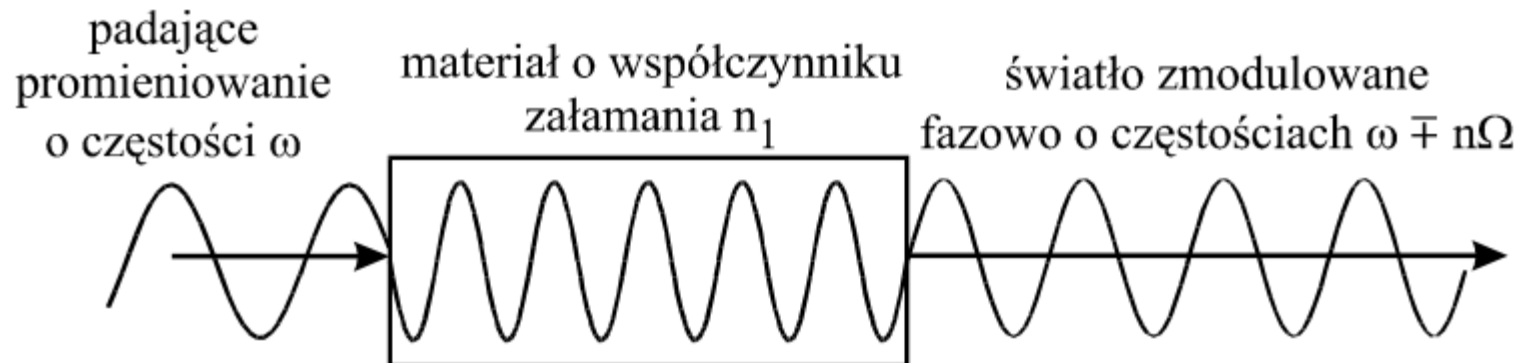
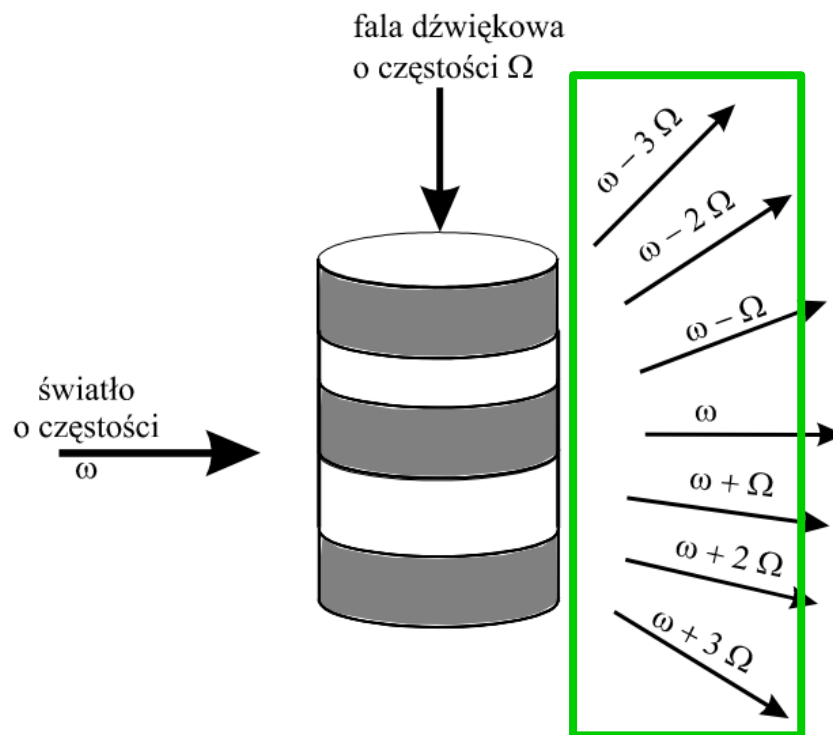


SYNCHRONIZACJA MODÓW

efekt Debye'a i Searsa

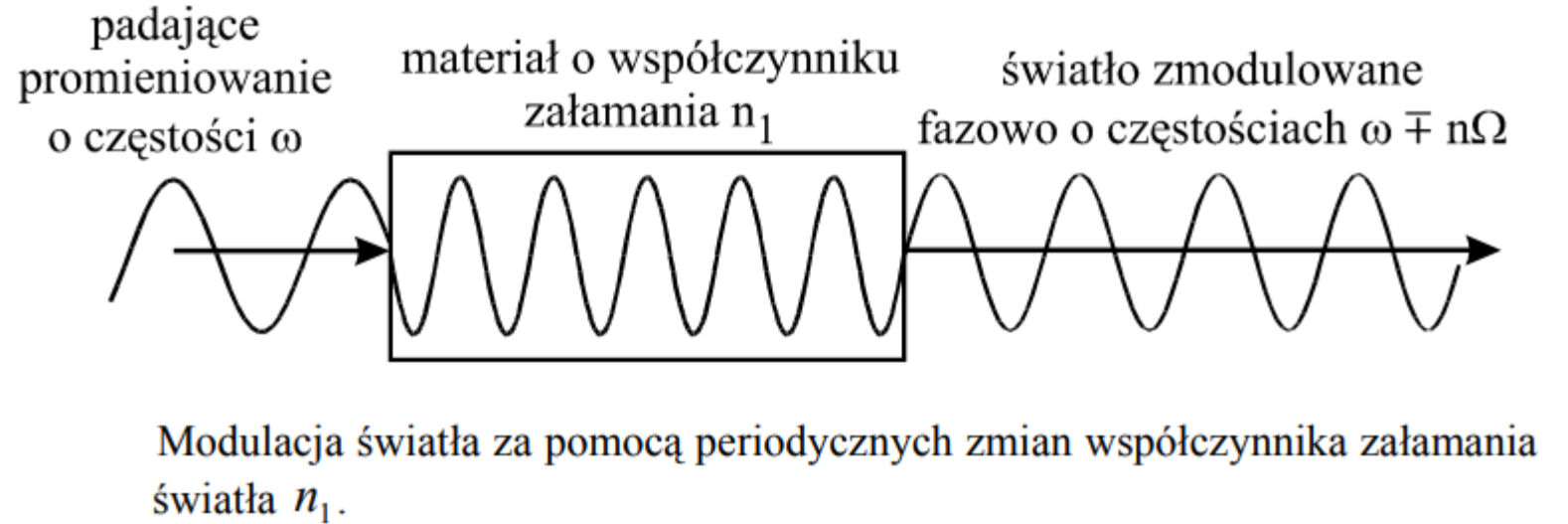
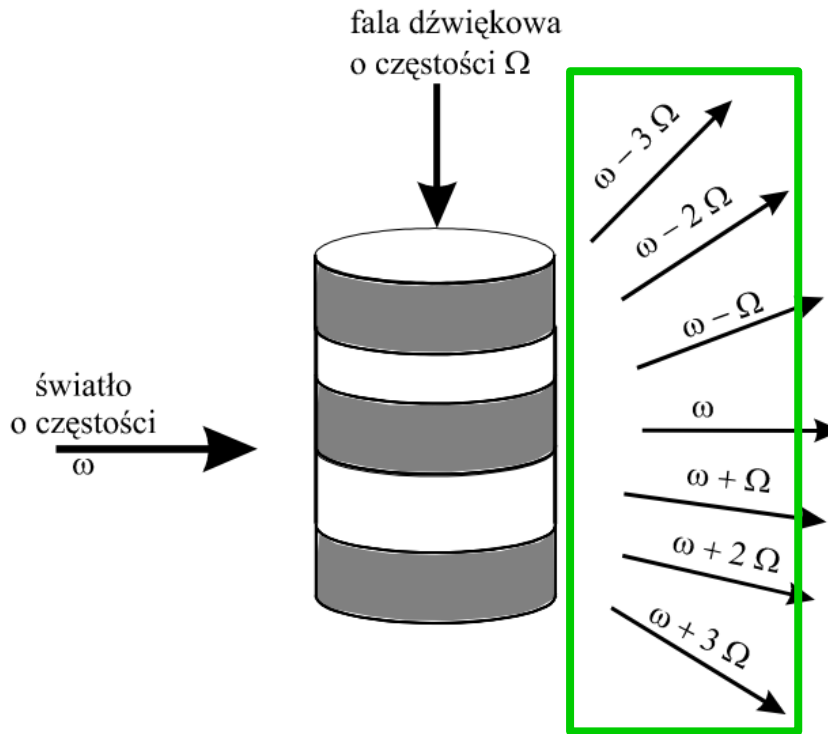


SYNCHRONIZACJA MODÓW



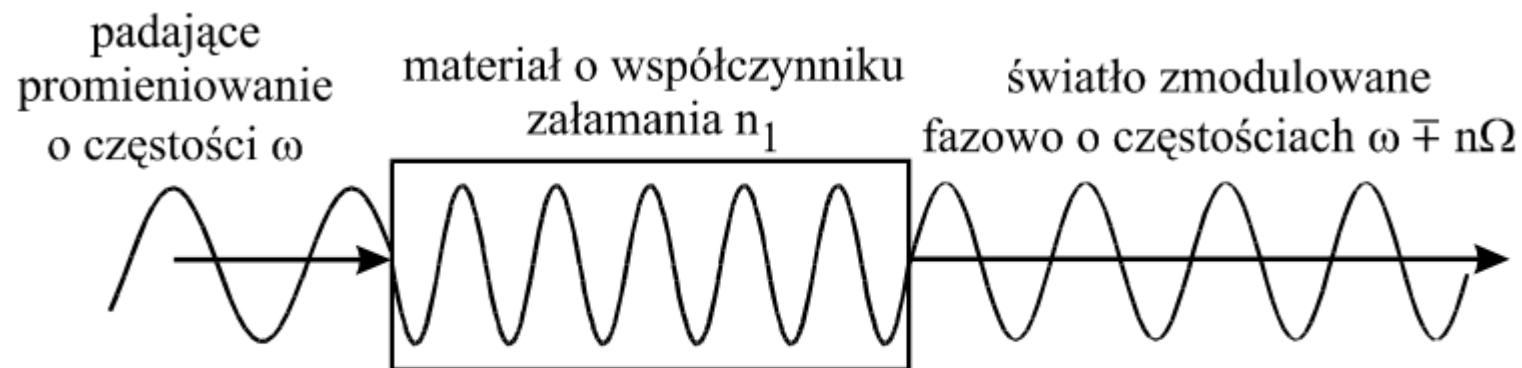
Modulacja światła za pomocą periodycznych zmian współczynnika załamania światła n_1 .

SYNCHRONIZACJA MODÓW



Im dłuższa droga l światła w materiale, tym większe amplitudy bocznych pasm o częstotliwości $\omega \pm n\Omega$

SYNCHRONIZACJA MODÓW

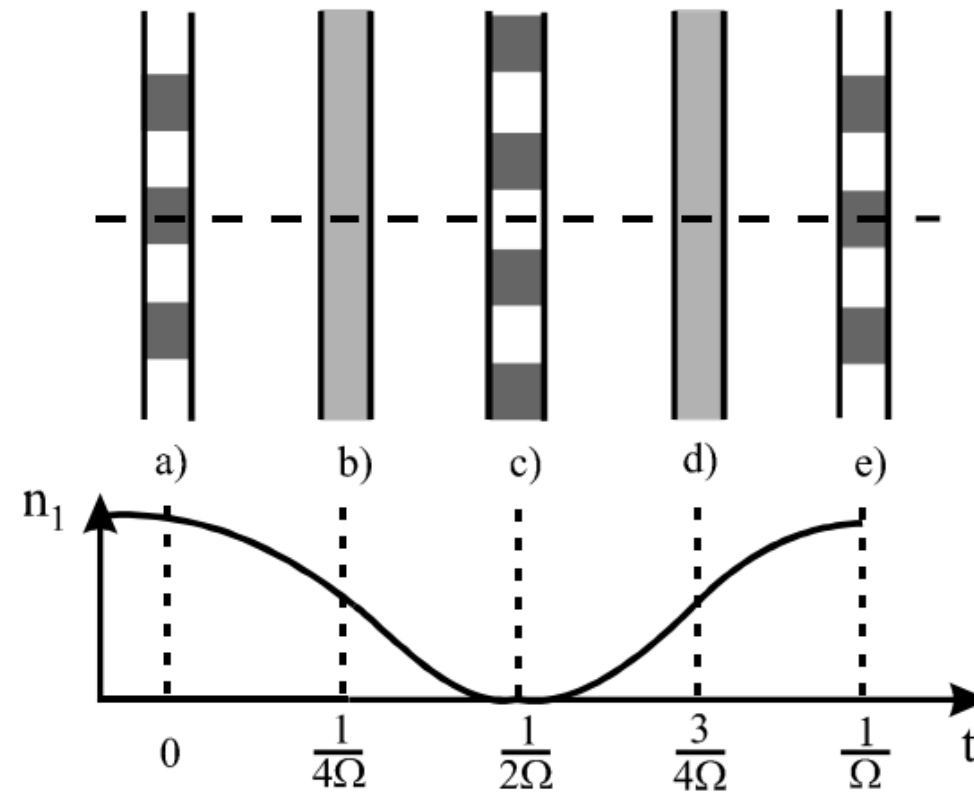


Modulacja światła za pomocą periodycznych zmian współczynnika załamania światła n_1 .

$$l \ll \frac{\Lambda}{2\pi\lambda}$$

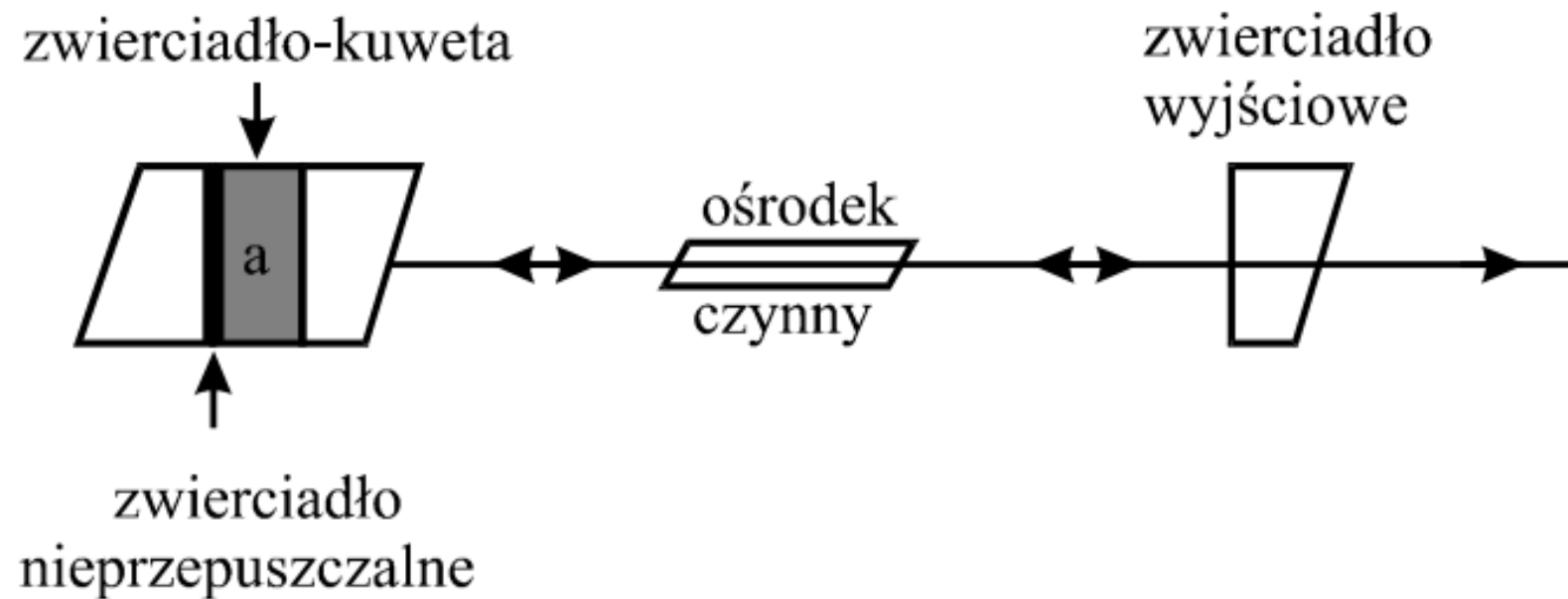
$$l \gg \frac{\Lambda}{2\pi\lambda}$$

SYNCHRONIZACJA MODÓW



Ilustracja periodycznych zmian współczynnika załamania przez zmiany gęstości ośrodka wywołanych falą dźwiękową.

SYNCHRONIZACJA MODÓW



Synchronizacja pasywna osiągnięta metodą nasycających się absorbentów.