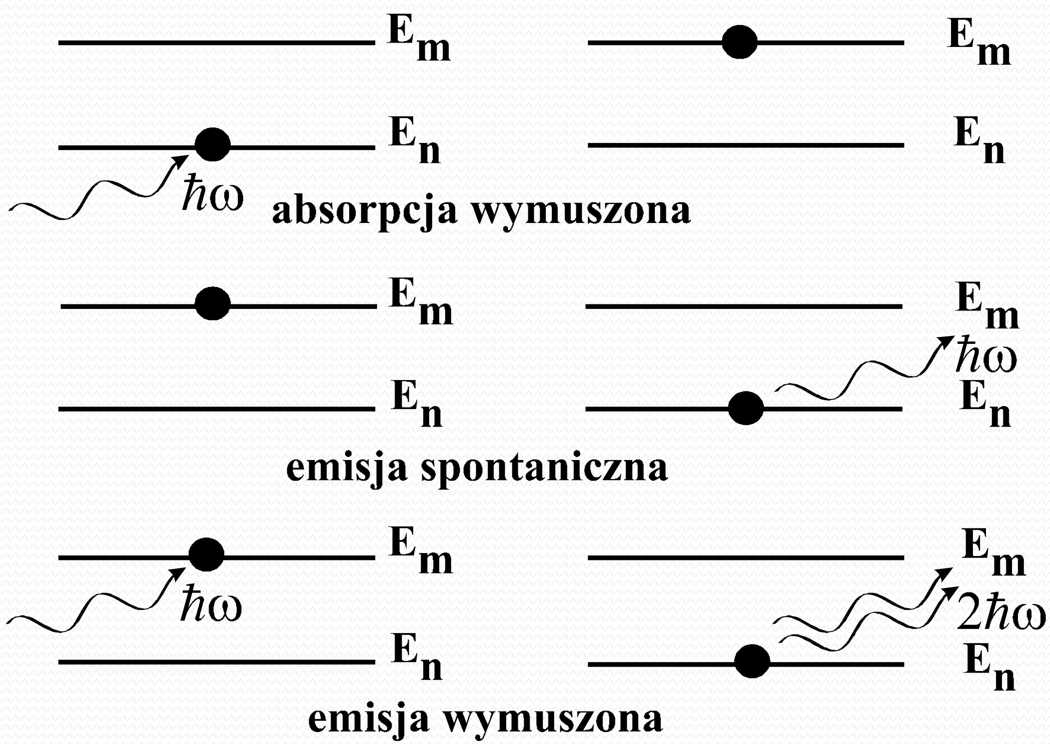
Prof. Dr Halina Abramczyk
Technical University of Lodz, Faculty of Chemistry
Institute of Applied Radiation Chemistry
Poland, 93-590 Lodz, Wroblewskiego 15
Phone:(+ 48 42) 631-31-88; fax:(+ 48 42) 684 00 43
E-mail:abramczy@mitr.p.lodz.pl, http://mitr.p.lodz.pl/evu, http://mitr.p.lodz.pl/raman

Podstawy działania laserów

przed pochłonięciem kwantu promieniowania

po pochłonięciu kwantu promieniowania



<u>Przejścia wymuszone mają kilka ważnych własności:</u>

1) prawdopodobieństwo przejść wymuszonych między stanami m i n jest różne od zera tylko dla zewnętrznego pola o częstości rezonansowej, czyli takiej, dla której energia kwantów $\hbar\omega$ promieniowania padającego jest równa różnicy energii między tymi stanami,
2) padające promieniowanie elektromagnetyczne i promieniowanie wytworzone przy przejściach wymuszonych mają jednakowe częstotliwości, fazy, płaszczyznę polaryzacji i kierunek rozchodzenia się,
3) prawdopodobieństwo przejść wymuszonych na jednostkę czasu jest proporcjonalne do gęstości energii pola zewnętrznego ρ_w, czyli energii w jednostkowym przedziale widmowym z zakresu częstości kołowych od ω do $\omega+\delta\omega$, przypadającej na jednostkę objętości.

Rozważmy układ w stanie równowagi. Ponieważ układ jest w stanie równowagi, więc liczba przejść w jednostce czasu typu $m \to n$ musi być równa liczbie przejść $n \to m$:

$$N_{m \to n} = N_{n \to m}$$

Liczba przejść N zależy od prawdopodobieństwa przejścia w jednostce czasu i od liczby cząsteczek znajdujących się w stanie początkowym.

$$W_{m \to n} n_m = W_{n \to m} n_n$$

Całkowite prawdopodobieństwo emisji jest sumą emisji spontanicznej i emisji wymuszonej, czyli :

$$W_{m \to n} = W_{mn}^{\mathrm{es}} + W_{mn}^{\mathrm{ew}}$$

$$W_{m \to n} = A_{mn} + B_{mn} \rho_{\omega}$$

Całkowite prawdopodobieństwo emisji musi być równe prawdopodobieństwu absorpcji wymuszonej

$$W_{m \to n} = W_{nm}^{a} = B_{nm} \rho_{\omega}$$

Dla układu w stanie równowagi obsadzanie poziomów kwantowych opisane jest rozkładem Boltzmanna

$$n_m = n_n \exp\left(-\frac{E_m - E_n}{kT}\right)$$

Korzystając z wcześniejszych zależność możemy zapisać

$$\left(A_{mn} + B_{mn}\rho_\omega\right) n_m = B_{nm}\rho_\omega n_n$$

Z ostatniego wrażenie wyznaczamy gęstość promieniowania :

$$\rho_\omega = \frac{A_{mn}}{B_{mn}} \frac{1}{\frac{B_{nm}}{B_{mn}} \exp\left(\frac{\left(E_m - E_n\right)}{kT}\right) - 1}$$

Ponieważ gęstość energii promieniowania termicznego ρ_w, czyli gęstość energii promieniowania ciała doskonale czarnego, opisana jest wzorem Plancka

$$\rho_\omega = \frac{\omega^2}{\pi c^3} \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}$$

z porównania równań otrzymujemy ostatecznie:

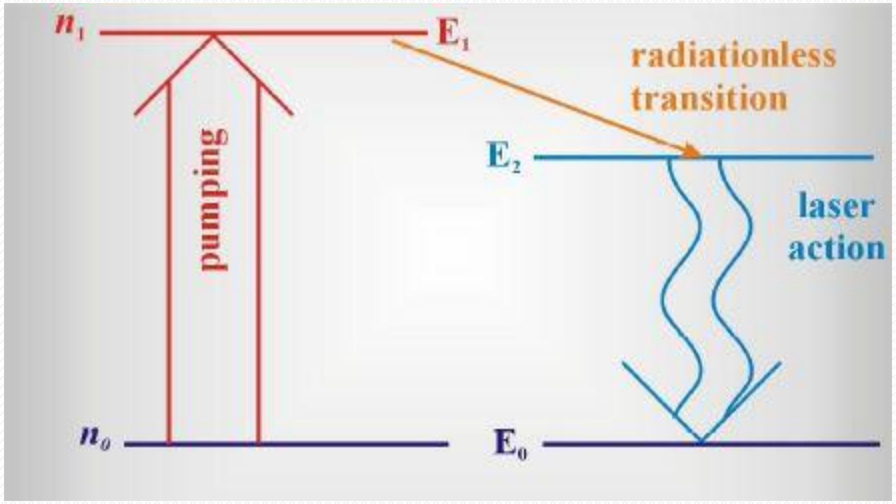
$$B_{nm} = B_{mn} \qquad\qquad A_{mn} = \frac{\omega^3 \hbar}{\pi c^3} B_{mn}$$

Otrzymaliśmy więc związki między współczynnikami Einsteina. Pierwszy z nich oznacza, że prawdopodobieństwo emisji wymuszonej równe jest prawdopodobieństwu absorpcji wymuszonej. Wskazówka praktyczna płynąca z tej relacji jest taka, że w materiale o dużym współczynniku absorpcji należy spodziewać się dużej emisji wymuszonej. Drugi związek oznacza, że w materiale, w którym nie występuje emisja spontaniczna, nie ma również emisji wymuszonej. Te proste relacje stanowią podstawowe warunki, które należy brać pod uwagę, szukając materiałów stanowiących ośrodek czynny laserów.

$$\frac{A_{mn}}{B_{mn}\,\rho_\omega} = \exp\left(\tfrac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1 = 1{,}96 \cdot 10^{40}$$

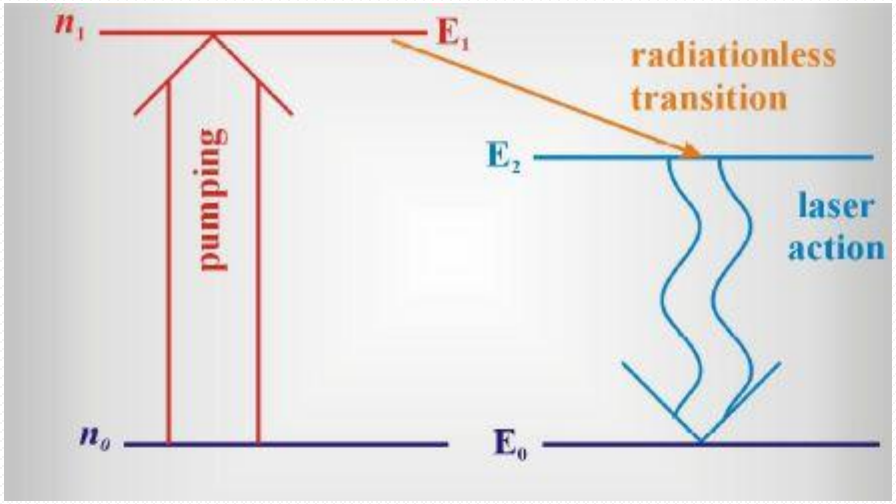
Dopiero w temperaturach rzędu 40 000 K, stosunek natężenia emisji wymuszonej staje się porównywalny z natężeniem emisji spontanicznej.

INWERSJA OBSADZEŃ



W układzie dwupoziomowym nie jest możliwe osiągnięcie inwersji obsadzeń, dopiero układ trójpoziomowy stwarza taką możliwość

Warunkiem rozpoczęcia akcji laserowej jest uzyskanie inwersji obsadzeń poziomów energetycznych, która prowadzi do przewagi natężenia emisji nad absorpcją. W warunkach równowagi w układzie dwupoziomowym E_n i E_m nie można uzyskać inwersji obsadzeń, gdyż maksymalna liczba obsadzeń poziomu górnego N_m może być najwyżej równa liczbie obsadzeń poziomu dolnego N_n, nigdy zaś większa. Przy braku równowagi, w warunkach zwanych szybkim przejściem adiabatycznym, maksymalna liczba obsadzeń poziomu górnego N_m może być większa niż liczba obsadzeń poziomu dolnego N_n.



Rozważmy układ trzech poziomów o energiach E_0, E_1, E_2, gdy $E_1>E_2$. Układ atomów lub cząsteczek wzbudzamy za pomocą pompowania, przenosząc pewną ich liczbę z poziomu E_0 na wyższy poziom E1. Jeżeli stan E1 jest stanem krótko żyjącym, to część energii jest oddawana w postaci emisji spontanicznej i wymuszonej a cząsteczki są przenoszone z powrotem do stanu Eo. Jednak część energii może być oddana w wyniku bezpromienistego przejścia relaksacyjnego z przeniesieniem cząsteczki do stanu E_2, który jest stanem metastabilnym. Ze względu na fakt, iż czas życia w stanie E_2 jest dużo dłuższy niż w stanie E_1, można doprowadzić do inwersji obsadzeń między stanami E_2 i E_0 ($E_2 > E_0$) zamiast między stanami E_1 i E_0, pompując układ ze stanu Eo do stanu E1. Gdy warunek inwersji obsadzeń $N_2 > N_0$ zostanie spełniony, natężenie emisji w rezonatorze optycznym stanie się większe niż absorpcja i może rozpocząć się akcja laserowa.

MODY PODŁUŻNE

Wzmocnieniu w rezonatorze ulegają tylko te długości fal λ, które spełniają warunek fali stojącej:

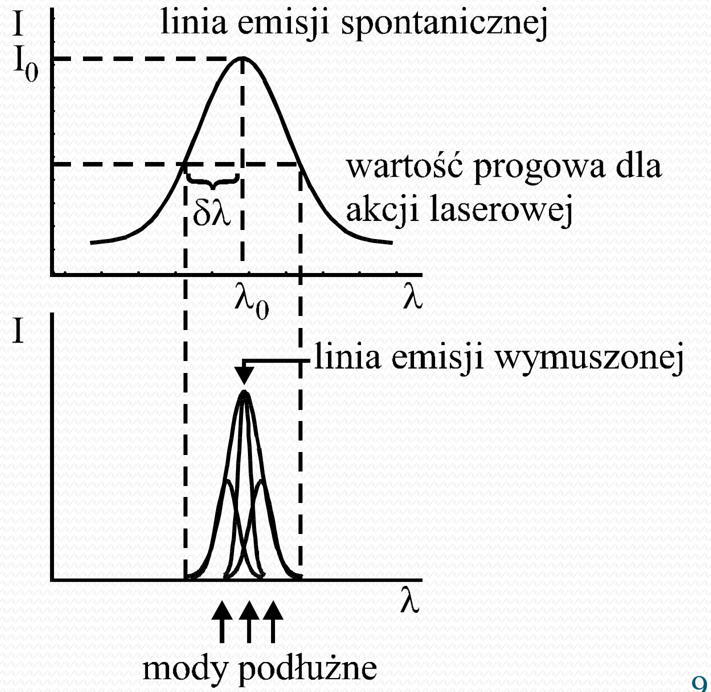
$$n\frac{\lambda}{2} = L$$

Zazwyczaj światło lasera nie jest całkowicie monochromatyczne, bowiem warunek fali stojącej jest spełniony dla różnych długości fali λ. Fala stojąca powstająca wzdłuż osi rezonatora, charakteryzowana przez długości λ i liczbę całkowitą n nosi nazwę *modu podłużnego n*. Dwa kolejne mody podłużne spełniają równania:

$$n\lambda_n = 2L \qquad (n+1)\lambda_{n+1} = 2L$$

a więc ich częstości ν ($\nu = c/\lambda$) różnią się o wielkość :

$$\Delta\nu = \nu_{n+1} - \nu_n = \frac{(n+1)c}{2L} - \frac{nc}{2L} = \frac{c}{2L}$$



Oznacza to, że mody podłużne określone przez największą i najmniejszą liczbę całkowitą spełniają warunek:

$$n_{\max}(\lambda_0 - \sigma\lambda) = 2L,$$

$$n_{\min}(\lambda_0 + \sigma\lambda) = 2L$$

Stąd całkowita liczba modów N mieszcząca się w szerokości linii emisji spontanicznej wynosi:

$$N = n_{\max} - n_{\min} = 2L\left(\frac{1}{\lambda_0 - \delta\lambda} - \frac{1}{\lambda_0 + \delta\lambda}\right)$$

$$= \frac{2L}{\lambda_0^2 - \delta\lambda^2}\left[(\lambda_0 + \delta\lambda) - (\lambda_0 - \delta\lambda)\right] \cong \frac{4L\delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

Z równania wynika, że całkowita liczba modów podłużnych zależy od szerokości linii emisji spontanicznej $\delta\lambda$, długości rezonatora L oraz zakresu widmowego (λ_o). Im szersza linia i im dłuższy rezonator, tym więcej modów podłużnych powstaje w rezonatorze. Oznacza to, iż światło emitowane z lasera staje coraz bardziej niemonochromatyczne. Wydawać by się mogło, że jest to efekt niekorzystny. Zobaczymy jednak, że duża liczba modów jest warunkiem generowania bardzo krótkich impulsów laserowych, które oddają nieocenione usługi w spektroskopii rozdzielczej w czasie oraz w wielu zastosowaniach praktycznych.

Dotychczas mówiliśmy o szerokości linii emisji spontanicznej (fluorescencji). Zastanówmy się teraz, jakie czynniki powodują poszerzenie linii emisji wymuszonej.

Całkowita szerokość linii emisji wymuszonej zależy od:

1. liczby modów podłużnych *N*, dla których zachodzi akcja laserowa (czyli takich, których natężenie przekroczyło wartość progową).
2. szerokości linii pojedynczego modu, która ma również pewną szerokość, która jest większa od szerokości wynikającej z zasady nieoznaczoności.

Co jest przyczyną poszerzenia pojedynczej linii emisji wymuszonej Δ_{las}?

Szerokość liii pojedynczego modu zależy od trzech głównych czynników:

a) dobroci rezonatora *Q*,
b) stopnia inwersji obsadzeń,
c) mocy lasera pompującego *P*

i opisana jest wzorem

$$\Delta_{\mathrm{las}} = \frac{2\pi h \nu_0 \Delta\nu_{\mathrm{rez}}}{P}\left(\frac{N_2}{N_2 - N_1 \dfrac{g_2}{g_1}}\right)$$

W rzeczywistości Δ_{las} jest dużo większa, co wynika między innymi stąd, że:

1) dobroć rezonatora Q jest zazwyczaj dużo mniejsza niż oszacowana teoretycznie wartość na skutek strat energii promienistej spowodowanej niedoskonałością ośrodka czynnego oraz dyfrakcji,
2) ogrzewanie ośrodka wskutek silnego pompowania optycznego powoduje rozszerzanie materiału czynnego,
3) istnieją niestabilności mechaniczne rezonatora (drgania, rozszerzanie rezonatora).

Najważniejszym czynnikiem wpływającym na poszerzenie pojedynczej linii emisji wymuszonej jest <u>dobroć rezonatora *Q*</u>.

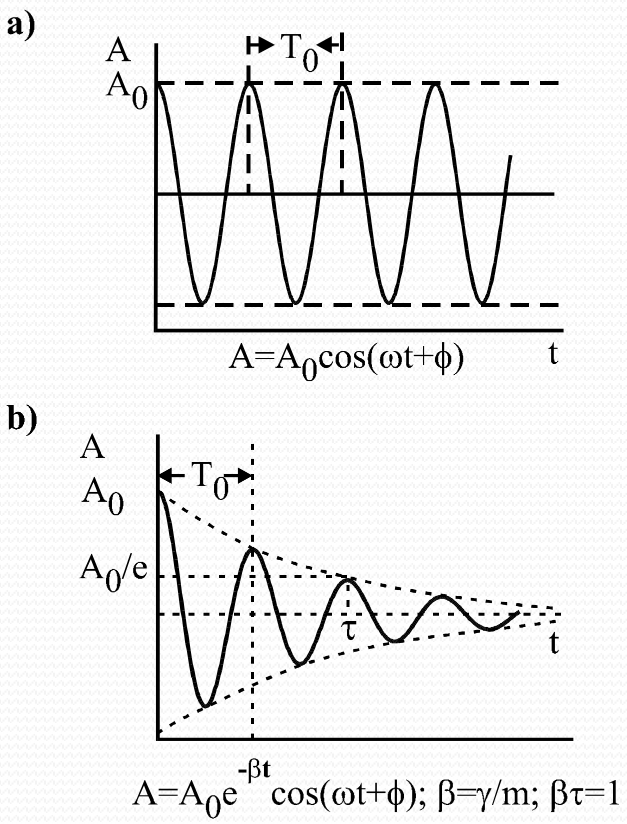
<u>**Dobroć**</u> układu jest pojęciem często używanym w elektronice oraz w fizyce do opisu układów drgających. <u>**Dobroć jest miarą strat energii w układzie.**</u>
<u>**Im mniejsze straty w układzie, tym większa dobroć.**</u>

Rozważmy przykład zaczerpnięty z fizyki drgań. Porównajmy oscylator harmoniczny drgający z częstością kołową i oscylator tłumiony opisany równaniem

$$m\ddot{x} = -kx - \gamma\dot{x}$$

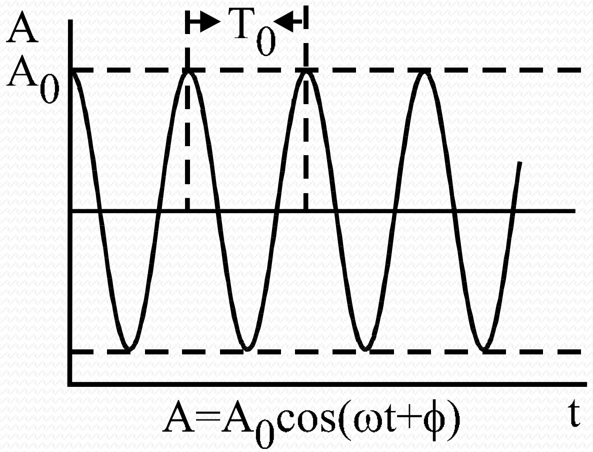
gdzie: $\dot{x}$ $\ddot{x}$

są odpowiednio pierwszą i drugą pochodną po czasie współrzędnej *x* charakteryzującej wychylenie oscylatora, *m* jest masą oscylatora, *k* stałą siłową, γ współczynnikiem tłumienia.

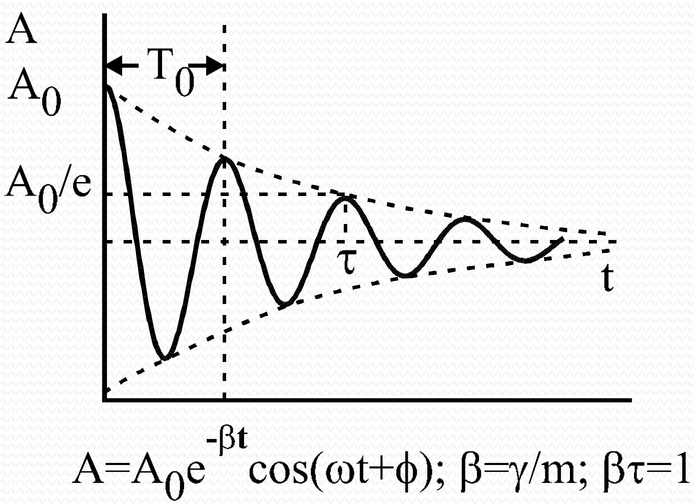


DOBROĆ REZONATORA, Q

a)



b)



Dobroć układu Q zdefiniowana jest następująco:

$$Q = 2\pi \frac{\text{energia zgromadzona w układzie}}{\text{energia stracona w ciągu 1 okresu}}$$

czyli

$$Q = 2\pi \frac{A_0^2}{A_0^2 - A_0 e^{-\beta T_0}}$$

gdzie A_o jest amplitudą drgań oscylatora harmonicznego.

Przedstawiony wyżej model można zastosować do opisu zjawisk zachodzących w rezonatorze optycznym, w którym generowana jest określona ilość energii. Na skutek dyfrakcji, odbić i innych niedoskonałości układu rezonator optyczny traci zgromadzoną energię, a fala stojąca nie zachowuje stałej amplitudy lecz zanika w czasie.

Jaki jest związek między dobrocią rezonatora *Q* a szerokością pojedynczej linii emisji wymuszonej Δ_{las}?

Intuicyjnie czujemy, **że im wyższa dobroć rezonatora, tym mniejsza szerokość linii emitowanej**, czyli tym lepsza monochromatyczność wiązki. Spróbujmy to udowodnić.

Skorzystajmy z definicji dobroci rezonatora *Q*

$$Q = 2\pi \frac{A_0^2}{A_0^2 - A_0^2 e^{-\beta T_0}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-T_0/\tau}}$$

We wzorze skorzystaliśmy z faktu, że współczynnik tłumienia β i czas t, po upływie którego amplituda A_0 oscylatora tłumionego zmniejsza się e razy, związane są zależnością $\beta\,\tau = 1$. Zakładając, że możemy zastosować rozwinięcie w szereg $e^{-T_0/\tau}$

$$e^{-T_0/\tau} = 1 - T_0/\tau + \ldots$$

I ostatecznie otrzymujemy:

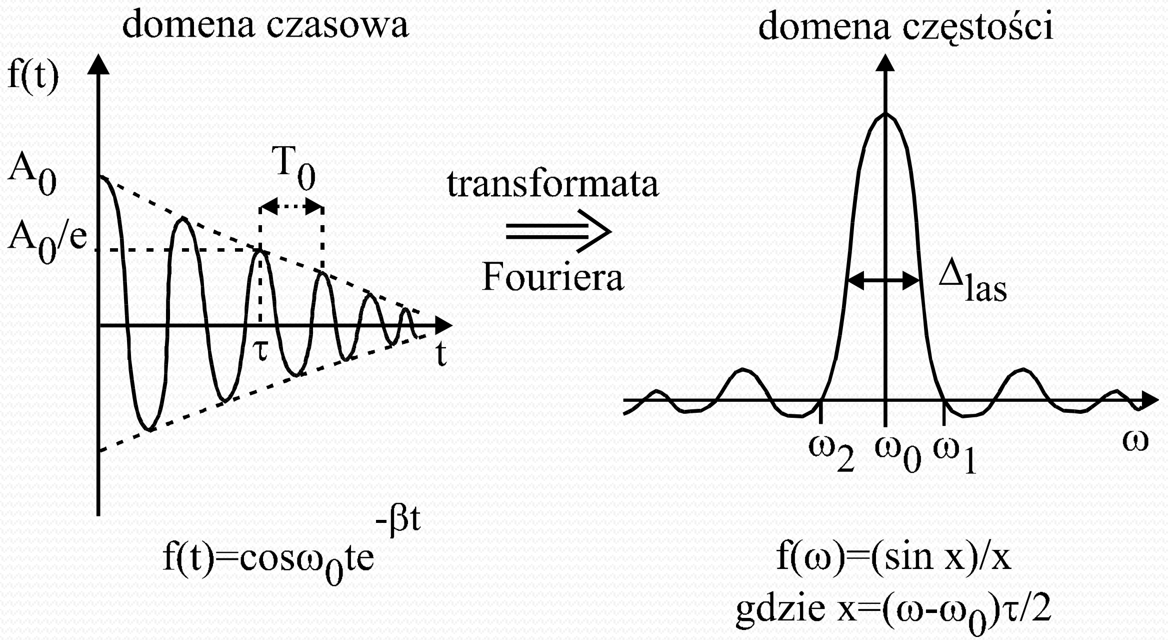
$$Q = 2\pi \frac{\tau}{T_0} = 2\pi \nu_0 \tau = \omega_0 \tau = \frac{\omega_0}{\beta}$$

Ze wzoru tego wynika, że im większy współczynnik tłumienia β, tym mniejsza dobroć rezonatora *Q*.

Chcemy jednak wiedzieć, jaki jest związek dobroci Q z szerokością widmową Δ_{las} pojedynczego modu?

Pokażemy, że Δ_{las} jest wprost proporcjonalne do współczynnika tłumienia rezonatora β, czyli odwrotnie proporcjonalne do dobroci rezonatora Q

$$\Delta_{las} = 2\pi\beta = 2\pi \frac{\omega_0}{Q}$$



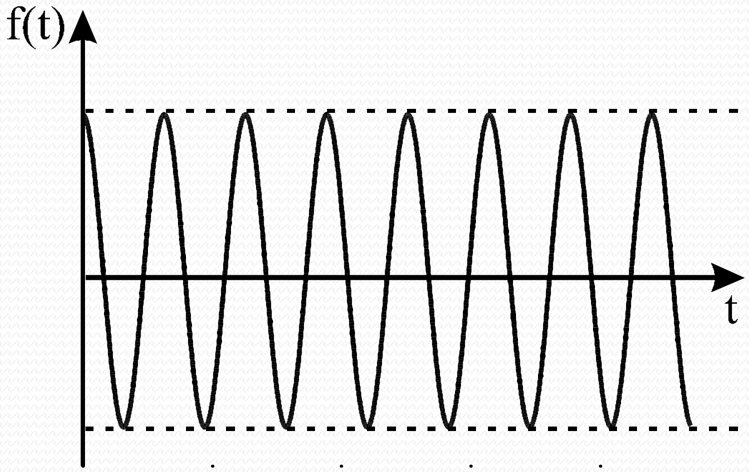
Z analizy matematycznej wiadomo, że każdą funkcję zależną od czasu $f(t)$ można przedstawić w postaci szeregu Fouriera

$$f(t) = \Sigma f(\omega)\sin\omega t$$

lub całki

$$f(t) = \mathrm{Re}\int f(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t$$

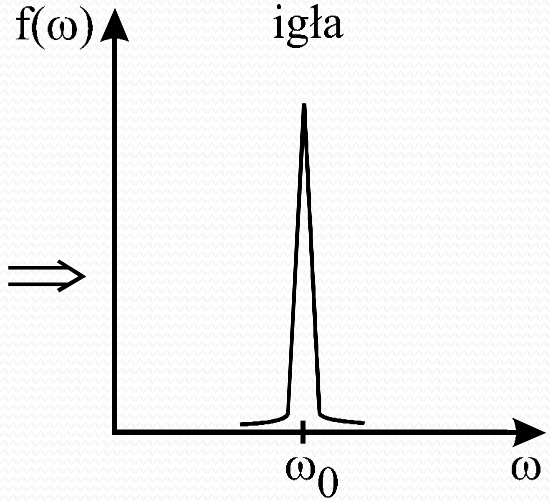
domena czasowa



$f(t)=\cos \omega_0 t$

domena częstości

$\Rightarrow$



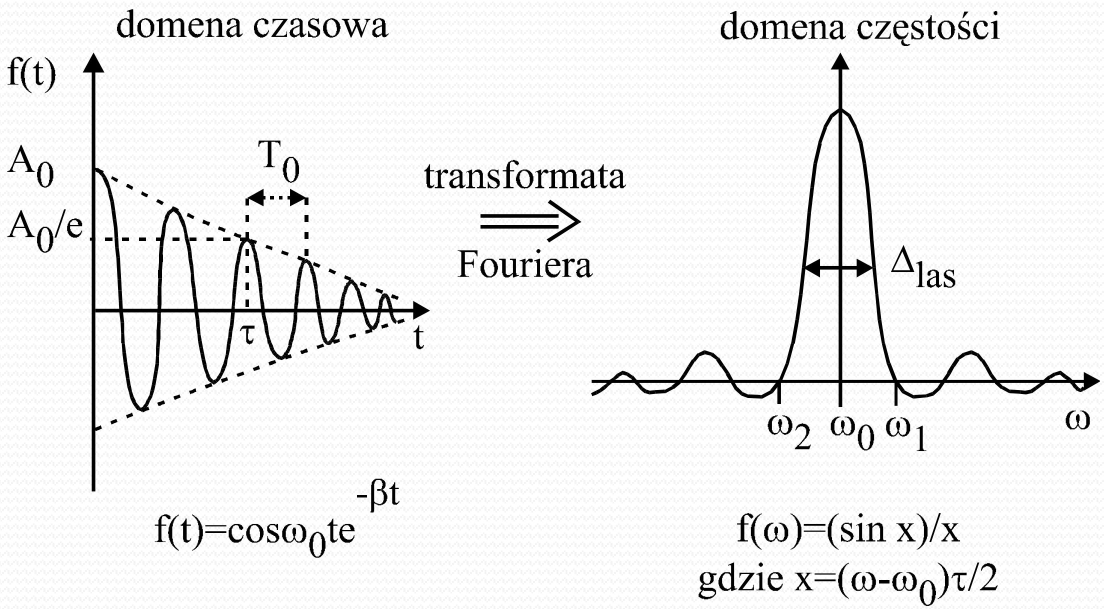
$f(\omega)=\delta(\omega - \omega_0)$

Delta Diraca $\delta(\omega\text{-}\omega_0)$ jest zdefiniowana następująco:

$$\delta(\omega)=\begin{cases} 0 & \omega\neq\omega_0 \\ \infty & \omega=\omega_0 \end{cases}$$

$$\int \delta(\omega-\omega_0)\cdot f(\omega)\mathrm{d}\omega = \mathrm{f}(\omega_0)$$

$$\mathrm{Re}\int \sigma(\omega-\omega_0)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}t = \mathrm{Re}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t} = \cos\omega_0 t$$



Szerokość linii pojedynczego modu Δ_{las} można oszacować przyjmując, że jest ona równa odległości między pierwszymi minimami pobocznymi występującymi dla ω_1 i ω_2. Pierwsze minima poboczne występują dla:

$$x = \pm \frac{\pi}{2}$$

czyli

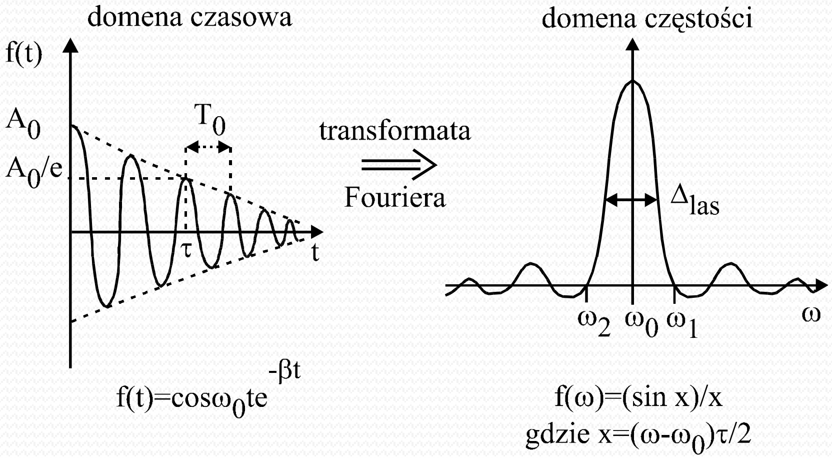
$$\frac{\pi}{2} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{2} \cdot \tau \qquad\qquad -\frac{\pi}{2} = \frac{\omega_2 - \omega_0}{2} \cdot \tau$$

z warunków :

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{2} \cdot \tau \qquad -\frac{\pi}{2} = \frac{\omega_2 - \omega_0}{2} \cdot \tau$$

wynika, że:

$$\omega_1 - \omega_2 = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi\beta$$



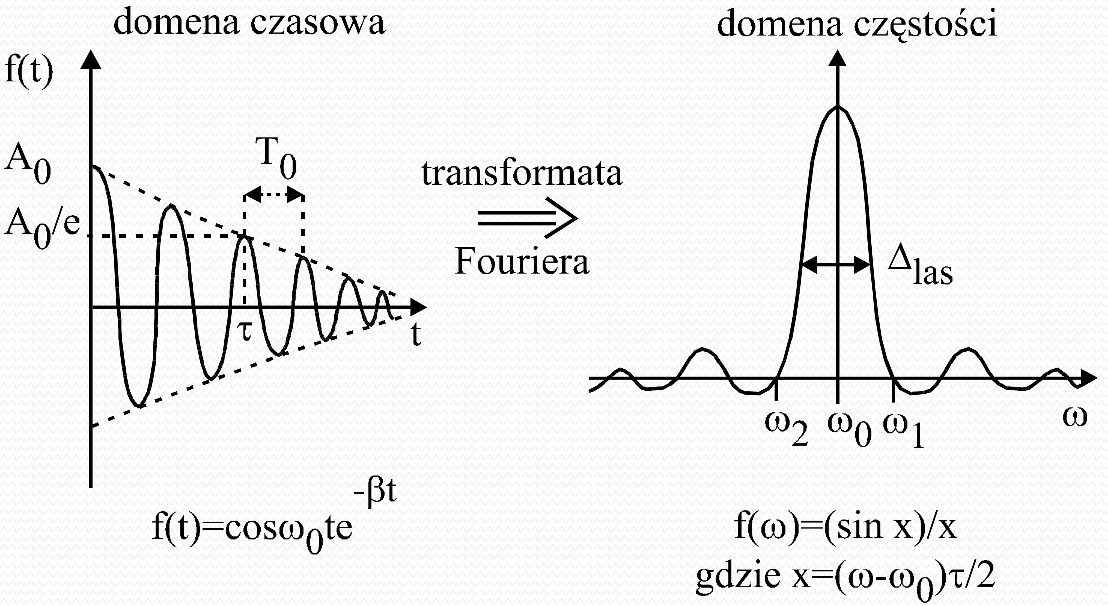
więc:

$$\Delta_{las} = 2\pi\beta = 2\pi\frac{\omega_0}{Q}$$

Ostatecznie otrzymujemy, że:

$$\Delta_{las} = 2\pi\beta = 2\pi\frac{\omega_0}{Q}$$

Udowodniliśmy więc, że szerokość linii pojedynczego modu Δ_{las} maleje wraz ze wzrostem dobroci rezonatora optycznego.



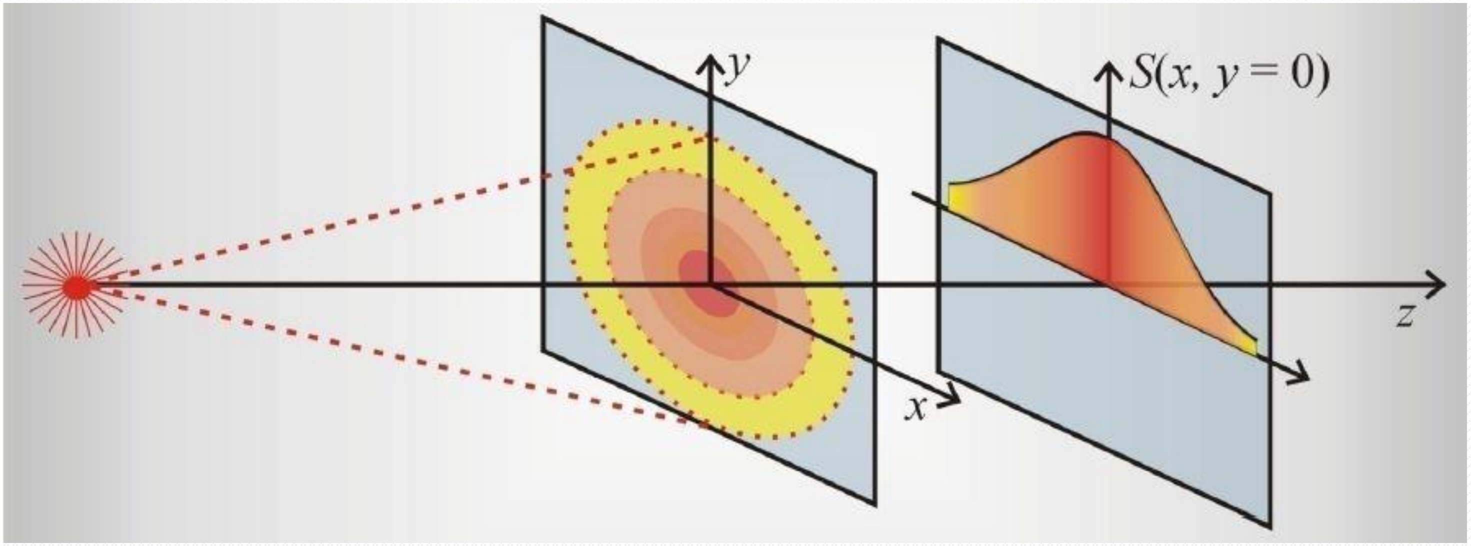
Podsumowując, całkowita szerokość linii emisji wymuszonej jest superpozycją szerokości pochodzących od pojedynczych modów podłużnych. Ich liczba zależy od szerokości linii emisji spontanicznej

$$\left(N = \frac{4L\delta\lambda}{\lambda_0^2} \right)$$

Można dodać, że poszerzenie linii emisji spontanicznej zależy w ogólności od procesów relaksacyjnych T_1 i T_2 oraz od poszerzenia niejednorodnego. Procesy relaksacyjne T_1 charakteryzują czas powrotu do równowagowego obsadzania poziomów energetycznych, zaburzonego promieniowaniem, procesy T_2 zaś opisują rozfazowanie częstości przejść kwantowych. Poszerzenie niejednorodne pochodzi z niejednorodności wewnętrznej próbki. Dla laserów gazowych poszerzenie niejednorodne wynika z efektu Dopplera. W laserach na ciele stałym niejednorodności wewnątrz krystalicznego pola elektrycznego prowadzą do zróżnicowania wartości starkowskiego przesunięcia częstotliwości centrów emisji znajdujących się w różnych miejscach próbki krystalicznej. Ponadto, w rozdziale tym pokazaliśmy, że szerokość linii emisji wymuszonej pojedynczego modu zależy od dobroci rezonatora Q, inwersji obsadzeń, oraz mocy lasera.

MODY POPRZECZNE

ang. *transverse electromagnetic mode* ***TEM***

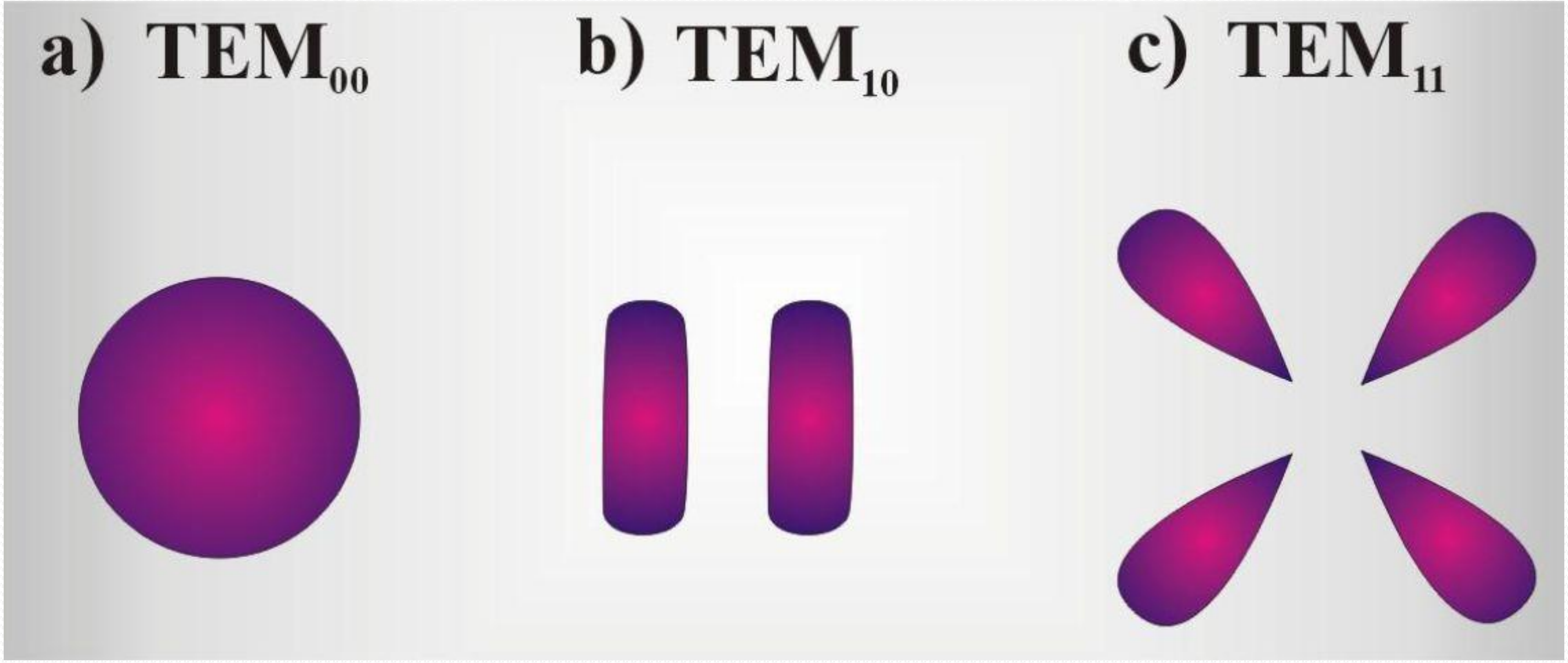


Dotychczas interesowaliśmy się rozkładem natężenia wzdłuż osi z. Należy jednak pamiętać, że wiązka wychodząca z lasera jest rozbieżna (choć odchylenie kątowe jest zwykle niewielkie) i ma pewien rozkład natężenia wzdłuż osi x i y, czyli w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku propagacji. Na rysunku przedstawiono rozkład natężenia światła w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku rozchodzenia się wiązki laserowej.

$$\frac{4L}{\lambda} = 2q + (m + n + 1)$$

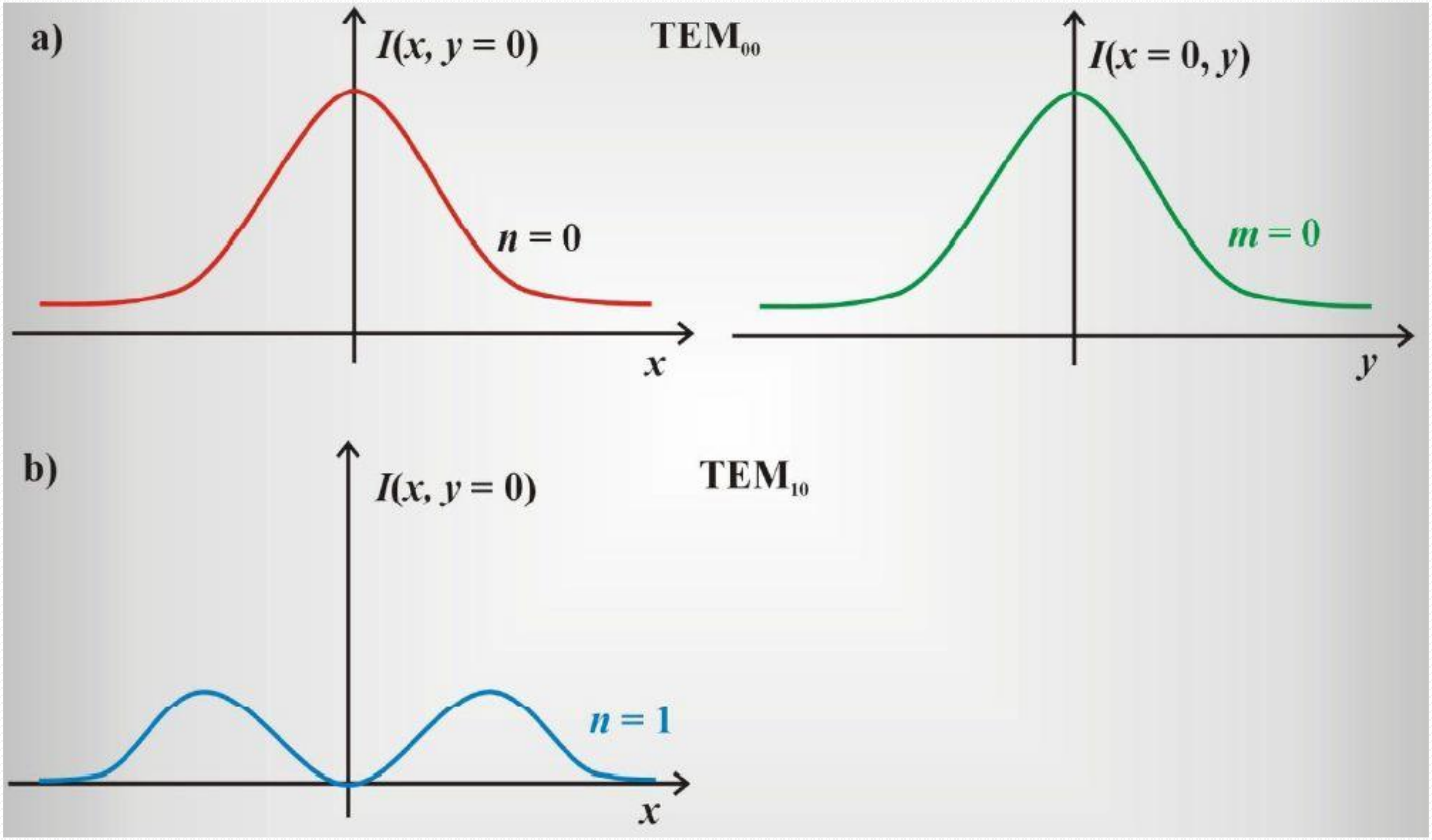
MODY POPRZECZNE

ang. *transverse electromagnetic mode* ***TEM***



MODY POPRZECZNE

ang. *transverse electromagnetic mode* ***TEM***



MODY POPRZECZNE

ang. *transverse electromagnetic mode*