

## ROZDZIAŁ 3

### 3. Typy dyspersji

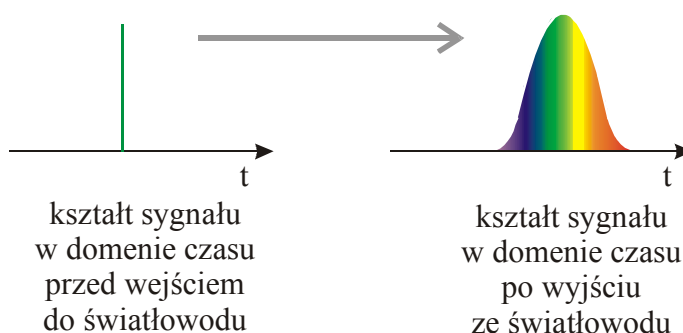
#### 3.1. Dyspersja modowa

#### 3.2. Dyspersja chromatyczna

##### 3.2.1. Dyspersja falowodowa (światłowodowa)

##### 3.2.2. Dyspersja materiałowa. Podstawy teoretyczne: prędkość grupowa, opóźnienie grupowe, dyspersja prędkości grupowej GVD, współczynnik dyspersji D

##### 3.2.3. Dyspersja polaryzacyjna



Dyspersją nazywamy zjawisko, w którym prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej zależy od długości fali. W telekomunikacji terminu *dyspersja* używa się do opisu procesów, które powodują, że sygnał niesiony przez falę elektromagnetyczną rozchodzącą się w światłowodzie ulega degradacji na skutek zjawiska dyspersji. Degradacja ta występuje, ponieważ różne składowe promieniowania różniące się częstotliwościami rozchodzą się z różnymi prędkościami.

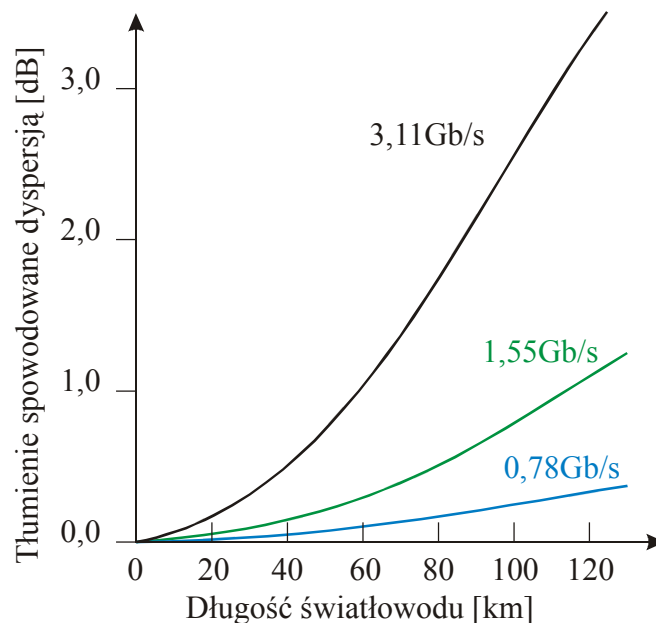
Rozróżniamy różne rodzaje dyspersji i wszystkie z nich omówimy w tym rozdziale:

#### 1. Dyspersja chromatyczna

- Dyspersja falowodowa (światłowodowa)
- Dyspersja materiałowa
- Dyspersja polaryzacyjna

#### 2. Dyspersja modowa

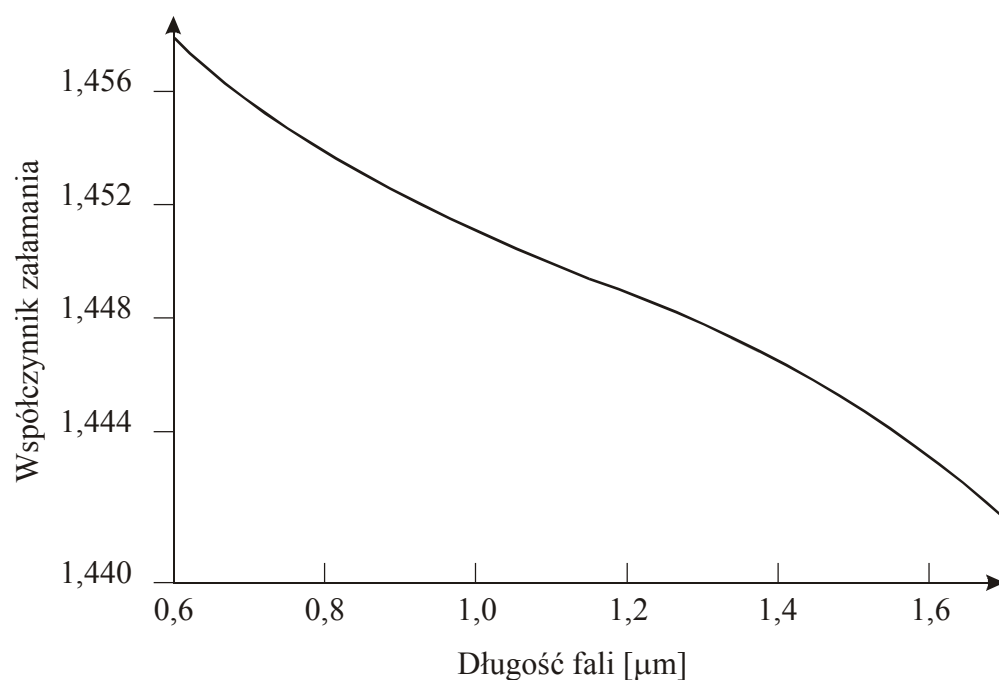
Zjawiska te są szczególnie ważne w telekomunikacji światłowodowej. W różnych okresach historycznego rozwoju telekomunikacji światłowodowej różne rodzaje dyspersji odgrywały rolę. W pierwszym okresie rozwoju, kiedy używano światłowodów wielomodowych o skokowym profilu współczynnika załamania. Światło było wtedy transmitowane wyłącznie na niewielkie odległości przy niewielkich szybkościach przepływu i zjawiska dyspersji chromatycznej odgrywały niewielką rolę, zaś bardzo wielkim ograniczeniem była dyspersja modowa. Światłowody gradientowe wielomodowe znacznie ograniczyły dyspersję modową, zaś zastosowanie światłowodów jednomodowych całkowicie wyeliminowało zjawisko dyspersji modowej. Pozostały zjawiska dyspersji chromatycznej, które stawały się coraz istotniejsze przy przepływnościach gigabitowych na duże odległości i stwarzają nadal problemy związane z transmisją w II, a szczególnie w III oknie transmisyjnym. Rysunek 3.1 ilustruje zależność strat mocy spowodowanej dyspersją chromatyczną od odległości w III oknie transmisyjnym dla różnych szybkości przepływu dla sygnału wysyłanego przez laser z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym Bragga DFB (ang. distributed feedback Bragg) o szerokości widmowej 0.1 nm i światłowodu jednomodowego o dyspersji 17 ps/nm/km, czyli takiej jaką ma typowe szkło stosowane w światłowodach ( Rys.Corning SMF-28 CPC3).



Rys.3.1. Zależność tłumienia spowodowanego dyspersją dla szybkości transmisji a) 0.78 Gb/s, b) 1.33 Gb/s, c) 3.11 Gb/s w zależności od długości włókna światłowodowego dla lasera jednomodowego DFB o szerokości spektralnej 0.1 nm .

Zazwyczaj, maksymalnym dopuszczalnym tłumieniem spowodowanym przez dyspersję jest wartość 2 dB. Widzimy więc, że dla szybkości transmisji 3.11 Gb/s można zastosować światłowód nie dłuższy niż długości 85 km. Widzimy więc, że dla przepływności powyżej 3Gb/s dyspersja jest kluczowym ograniczeniem gdy chcemy zwiększyć odległości (ang. dispersion-limited).

Mówiąc najprościej sygnał propagujący przez światłowód nie jest ściśle monochromatyczny. Zawiera różne składowe o różnych długościach fali, bowiem światło emitowane z diody LED lub lasera nie jest całkowicie monochromatyczne i charakteryzuje się określoną szerokością widmową. Np. emisja dla długości fali 1310nm oznacza że emitowane są fale o długości  $1310 \pm \Delta\lambda$  . Dyspersja chromatyczna oznacza, że różne długości fali wędrują z różnymi prędkościami nawet dla światłowodów jednomodowych. Dyspersja chromatyczna jest bowiem cechą materiału i uniknąć jej nie można, a jedynie ograniczyć. Na Rys.3.2 przykładowo przedstawiono zależność współczynnika załamania od długości fali dla stopionej krzemionki.



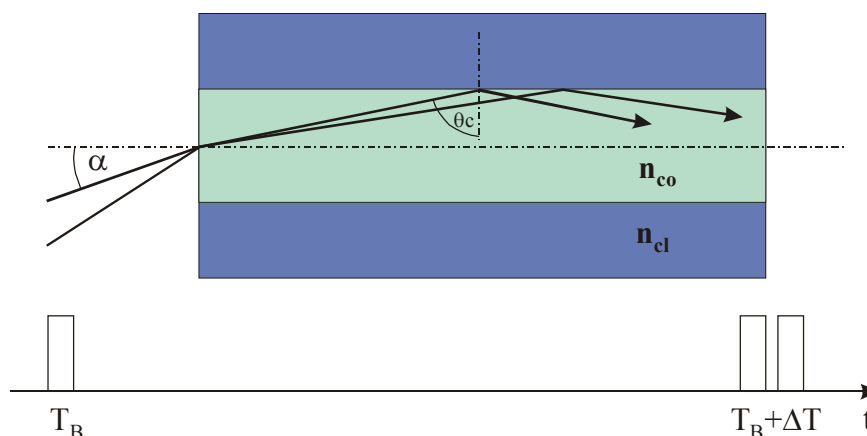
Rys.3.2. Zależność współczynnika załamania od długości fali dla stopionej krzemionki.

Promieniowanie o mniejszej długości fali charakteryzuje się większym współczynnikiem załamania niż fale o większej długości, więc światło o różnych długościach wędruje z różną prędkością. O tym, jak duża jest dyspersja decyduje stopień niemonochromatyczności światła z nadajnika. Każda dioda LED i laser diodowy charakteryzują się pewnym zakresem widmowym, w którym emitują światło, więc różne składowe widma wędrują z różną prędkością. Przykładowo, laser wielomodowy Fabry Perota (FP) ma szerokość widmową 2 nm, jednomodowy laser – 0.1 nm, zaś lasery Bragga DFB – 0.05 nm. Oczywiście im większa monochromatyczność, tym mniejsze efekty dyspersyjne. Laser DFB wykazują więc najmniejszą dyspersję chromatyczną materiałową. O laserach będziemy mówić szczegółowo w rozdziale 5. Na razie potrzebne były nam tylko pewne parametry, takie jak szerokość widmowa, która charakteryzuje stopień monochromatyczności, aby zilustrować problem dyspersji materiałowej.

### 3.1. Dyspersja modowa

Dotychczasowa dyskusja dotyczyła światłowodu jednomodowego. W światłowodach wielomodowych dochodzi dodatkowa dyspersja – dyspersja modowa, która zachodzi nawet wtedy gdy źródło światła jest monochromatyczne.

Dyspersja modowa opisuje zjawiska wynikające z faktu, że promienie należące do różnych modów rozchodzą się różnymi drogami, a więc czas ich dotarcia na koniec światłowodu jest inny. Dyspersja modowa powoduje poszerzenie czasowe transmitowanego sygnału.



Rys.3.3. Ilustracja poszerzenia impulsu czasowego w światłowodzie skokowym na skutek dyspersji modowej

Zjawisko dyspersji modowej ma dużo mniejsze znaczenie w światłowodach gradientowych wielomodowych. Zastosowanie światłowodów jednomodowych całkowicie eliminuje zjawisko dyspersji modowej

## 3.2. Dyspersja chromatyczna

### 3.2.1. Dyspersja falowodowa (światłowodowa)

Dyspersja falowodowa, zwana również dyspersją światłowodową jest szczególnym typem dyspersji chromatycznej. Dyspersja falowodowa uwzględnia własności dyspersyjne zarówno rdzenia, jak i płaszcz. Idealną sytuacją jest gdy światło propaguje wyłącznie w rdzeniu i nie wycieka do płaszczu. W rzeczywistości zawsze następuje pewien rozkład mocy optycznej między rdzeń i płaszcz. Rozkład mocy między rdzeń i płaszcz zależy od długości fali. Ten rodzaj dyspersji, który decyduje o rozkładzie mocy optycznej między rdzeń i płaszcz nosi nazwę dyspersji falowodowej.

W rozdziale 1 wprowadziliśmy pojęcie częstotliwości znormalizowanej  $\nu$  oraz częstotliwości odcięcia  $\nu_0$

$$\nu = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (3.1)$$

Zdefiniujmy efektywny współczynnik załamania światła

$$\boxed{\frac{\beta}{k_0} = n_{eff}} \quad (3.2)$$

- 1) Dla częstotliwości promieniowania niewiele przekraczającego częstotliwości odcięcia  $\nu_0$  danego modu, pole elektromagnetyczne jest rozpostarte głównie w płaszczu

$$n_{eff} = n_2 = \frac{\beta}{k_0} \quad \text{gdy} \quad \nu \rightarrow \nu_0 \quad (3.3)$$

- 2) W miarę wzrostu częstotliwości pole danego modu zawarte jest częściowo w rdzeniu, a częściowo w płaszczu
- 3) Gdy częstotliwość wzrasta znacznie powyżej częstotliwości odcięcia, pole danego modu zawarte jest prawie całkowicie w rdzeniu

$$n_{eff} = n_1 = \frac{\beta}{k_0} \quad \text{gdy} \quad \nu \rightarrow \infty \quad (3.4)$$

DYSPERSJA FALOWODOWA wynika z zależności efektywnego współczynnika załamania światłowodu  $n_{eff} = f(\nu)$  od częstotliwości znormalizowanej promieniowania propagowanego przez światłowód, spowodowany zmianami podziału mocy tego modu między rdzeń i płaszcz. Dyspersja falowodowa jest ważnym parametrem, bo jeżeli  $\beta = f(\nu)$  jest funkcją częstotliwości, to również opóźnienie grupowe  $\tau_g = \frac{1}{\nu_g} = \frac{d\beta}{d\omega}$  (3.5) zależy od częstotliwości. Oznacza to, że różne składowe o różnych długościach fali charakteryzują się różnymi opóźnieniami grupowymi, co powoduje poszerzenie impulsu

### 3.2.2. Dyspersja materiałowa. Podstawy teoretyczne: prędkość grupowa, opóźnienie grupowe, współczynnik dyspersji D [1,2]

Po krótkim przeglądzie rodzajów dyspersji zajmijmy się bardziej szczegółowo dyspersją materiałową. W dotychczasowych rozważaniach dyspersji falowodowej zakładaliśmy, że  $n_1 \neq f(\omega)$  i  $n_2 \neq f(\omega)$ . Teraz zajmiemy się dyspersją materiałową rdzenia i płaszczu, czyli zależnością współczynników załamania od częstotliwości padającego promieniowania. Typowa zależność współczynnika od długości fali jest nieliniowa jak pokazano na Rys.3.2. dla dla stopionej krzemionki.

Wprowadzimy kilka pojęć, które będą potrzebne do sprecyzowania opisu teoretycznego zjawisk dyspersji materiałowej, takich jak prędkość grupowa, opóźnienie grupowe, współczynnik dyspersji

**Prędkość fazowa** określa prędkość z jaką porusza się powierzchnia stałej fazy danego modu w światłowodzie

$$\nu = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k} \quad \text{dla fali płaskiej,} \quad (3.6)$$

$$\nu = \frac{\omega}{\beta} \quad \text{dla fali rozchodzącej się w światłowodzie, gdzie } \beta \text{ jest stałą propagacji} \quad (3.7)$$

**Prędkość grupowa** określa prędkość z jaką przekazywana jest energia w światłowodzie i wyraża się wzorem

$$\nu_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad (3.8)$$

Aby zrozumieć różnicę między prędkością fazową i prędkością grupową przyjmujemy że prędkość fazowa wyraża się wzorem (3.6) i opisuje prędkość rozchodzenia się czoła płaskiej fali monochromatycznej. Prędkość grupowa opisuje przypadek, gdy wiązka jest niemonochromatyczna. Funkcję falową  $\psi(z, t)$  jest superpozycja składowych o różnych długościach fal i odpowiadających im wektorach falowych  $\left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$  i wyraża się wzorem

$$\psi(z, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} A(k) \exp(i(kz - \omega t)) dk, \quad (3.9)$$

który opisuje zespół fal płaskich charakteryzowanych przez wektory falowe  $k$  o wartościach z przedziału

$$k_0 - \Delta k \leq k \leq k_0 + \Delta k \quad (3.10)$$

i skierowanych wzdłuż osi  $z$ . Rozwijając  $\omega(k)$  w szereg

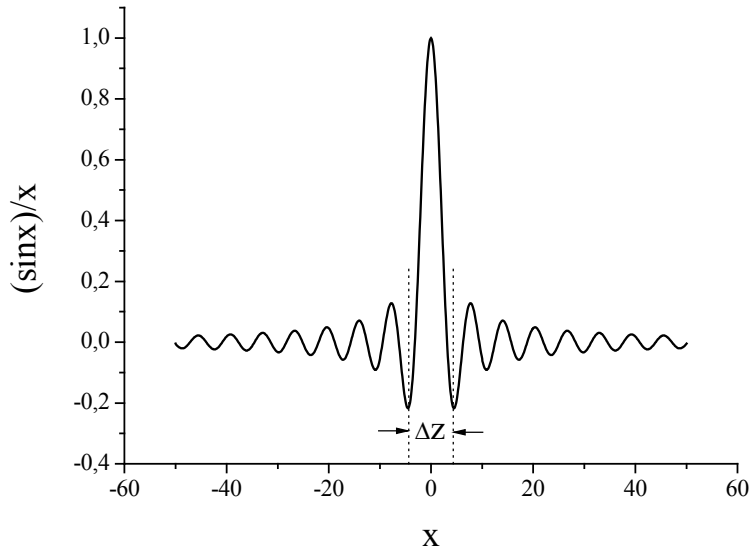
$$\omega(k) = \omega_0 + \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 (k - k_0) \quad (3.11)$$

i podstawiając do wzoru (3.9), otrzymujemy

$$\psi(z, t) = 2A(k_0) \frac{\sin\left[z - \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t\right] \Delta k}{z - \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t} \exp(i(k_0 z - \omega_0 t)). \quad (3.12)$$

Człon  $2A(k_0) \frac{\sin\left[z - \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t\right] \Delta k}{z - \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t}$  można traktować jako amplitudę  $A$  fali  $\psi(z, t)$ . Funkcja ta jest

typu  $\frac{\sin x}{x}$ , czyli dla 0 osiąga maksimum i przybiera postać jak na Rys. 3.4



Rys. 3.4. Wykres funkcji  $\frac{\sin x}{x}$

Amplituda  $A$  osiąga maksimum dla  $0$  gdzie  $x = z - \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t$  a  $\Delta z$  można uważać za miarę rozciągłości pakietu. Obliczając różnicę między pierwszymi minimami  $z_1$  i  $z_2$  można pokazać, że  $\Delta z$  jest równa  $\frac{2\pi}{\Delta k}$ . Oznacza to, że im większa monochromatyczność wiązki ( $\Delta k \rightarrow 0$ ), tym większa rozciągłość przestrzenna pakietu ( $\Delta z \rightarrow \infty$ , czyli fala staje się płaska). Z wyrażenia (3.12) wynika, że z upływem czasu środkowy punkt pakietu fal odpowiadający maksymalnej amplitudzie przemieszcza się w przestrzeni z prędkością  $v_g$

$$v_g = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0, \quad (3.13)$$

którą nazywamy **prędkością grupową**.

Wzór (3.13) opisuje zespół fal płaskich, w warunkach swobodnej propagacji w próżni. W realnym światłowodzie, należy uwzględnić ograniczenie narzucone na propagację poprzez warunki brzegowe światowodu oraz współczynnik załamania światła w rdzeniu i płaszczu, opisany tzw. współczynnikiem efektywnym (3.2), który wprowadziliśmy już w rozdziale 1 i który jest związany z wektorem falowym promieniowania elektromagnetycznego  $k_0$  poprzez wyrażenie

$$\frac{\beta}{k_0} = n_{eff} \quad (3.14)$$



Dlatego w realnych warunkach propagacji światła w światłowodzie należy wektor falowy  $k_0$  zastąpić stałą propagacji  $\beta$  we wzorze na prędkość grupową (3.13). Wyrażenie na prędkość grupową w światłowodzie przyjmuje więc postać

$$\boxed{v_g = \frac{d\omega}{d\beta}} \quad (3.15)$$

Fale o różnych długościach wędrują zazwyczaj z różną prędkością. Dotychczas unikaliśmy jednoznacznego stwierdzenia, które fale – dłuższe czy krótsze wędrują szybciej. Oczywiście, patrząc na typową zależność współczynnika załamania od długości fali (Rys.3.2), możemy przypuszczać, że fale bardziej niebieskie (krótsze) poruszają się wolniej co wynika ze wzoru (3.6) bo charakteryzują się większym współczynnikiem załamania. Pamiętajmy jednak, że rozumowanie to jest uproszone, bowiem dotyczy prędkości fazowej dla idealnie monochromatycznej fali płaskiej. Najczęściej to przybliżenie pracuje całkiem dobrze i wniosek powyższy jest słuszny, ale pokażemy, że nie zawsze tak jest.

Aby szczegółowo przeanalizować zagadnienie prędkości grupowej, a w szczególności dyspersji prędkości grupowej (ang. Group Velocity Dispersion, GVD) oraz zdefiniować ważny parametr technologiczny światłowodów, zwanego współczynnikiem dyspersji  $D$  rozważmy fazę  $\Phi(\omega)$  fali propagującej na drodze optycznej  $L$  przez ośrodek charakteryzowany przez współczynnik załamania  $n(\omega)$  światłowodu.

Pamiętajmy, że światło propagujące w światłowodzie wykorzystane do transmisji sygnałów w telekomunikacji musi być modulowane w czasie. Na skutek modulacji formowany jest impuls o określonym czasie trwania. Impuls jest paczką falową o określonej szerokości widmowej. Im krótszy impuls czasowy, tym szersze widmo w domenie częstotliwości. Zakładamy, że impuls optyczny jest quasi-monochromatyczny, czyli że spełniony jest warunek  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$ , gdzie  $\Delta\omega$  jest szerokością

widmowa impulsu, zaś  $\omega_0$  jest centralną częstotliwością widma. Ponieważ  $\omega_0 \approx 10^{15} s^{-1}$ , więc warunek quasi-monochromatyczności jest prawdziwy dla impulsów dłuższych od 0.1 ps. Oznacza to, że nawet dla bardzo szybkich modulacji wymaganych dla dużych przepływności sieci telekomunikacyjnych rzędu Tb/s, warunek quasi-monochromatyczności jest spełniony.

Przedstawmy natężenie pola elektrycznego  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  jako wektor skierowany wzdłuż kierunku polaryzacji  $x$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.] \quad (3.16)$$

gdzie  $\hat{x}$  jest wektorem jednostkowym w kierunku polaryzacji  $x$ ,  $E(\mathbf{r}, t)$  jest wolno zmieniającą się funkcją czasu (wolno względem okresu drgań optycznych  $\omega_0$ ). Ta wolno zmieniająca się funkcja czasu  $E(\mathbf{r}, t)$  opisująca impuls czasowy jest związana z widmem w domenie częstości  $\hat{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0)$  za pomocą transformaty Fouriera

$$\hat{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\mathbf{r}, t) \exp[i(\omega - \omega_0)t] dt \quad (3.17)$$

Natężenie pola elektrycznego w domenie częstości  $\hat{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0)$  spełnia równanie Helmholtza

$$\nabla^2 \hat{E} + n^2(\omega) k_0^2 \hat{E} = 0 \quad (3.18)$$

gdzie wektor falowy  $k_0$  wyraża się wzorem

$$k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad (3.19)$$

zaś  $n(\omega)$  jest współczynnikiem załamania ośrodka w którym propagowane jest światło. Dla fali propagującej w światłowodzie  $n(\omega) = n_{eff}$ , gdzie  $n_{eff}$  jest współczynnikiem efektywnym światłowodu, który w skrajnych przypadkach przyjmuje wartości współczynnika załamania rdzenia  $n_1$ , gdy częstość znormalizowana  $\nu \rightarrow \infty$  lub współczynnika załamania płaszczka  $n_2$ , gdy częstotliwość znormalizowana jest bliska częstotliwości odcięcia  $\nu \rightarrow \nu_0$ .

Natężenie pola elektrycznego w domenie częstości  $\hat{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0)$  można przedstawić jako

$$\tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta z), \quad (3.20)$$

gdzie  $F(x, y)$  opisuje rozkład pola w płaszczyźnie prostopadłej do osi  $z$ ,  $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$  opisuje wolno zmieniające się pole elektryczne w kierunku osi  $z$  wzdłuż której propaguje sygnał optyczny,  $\beta$  jest stałą propagacji i jest odpowiednikiem wektora falowego dla fali płaskiej w próżni

$$\nu = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{\beta} \quad (3.21)$$

Po podstawieniu (3.20) do równania Helmholtza (3.18) i zastosowaniu metody separacji zmiennych otrzymujemy rozwiązanie opisujące propagację sygnału optycznego w światłowodzie. Metodę tę zastosowaliśmy w rozdziale 1 do wyznaczenia rozkładu pola elektrycznego dla różnych modów – TE, TM, HE, EH.

W równaniu (3.20) człon  $\exp(i\beta z)$  opisuje zmiany fazy  $\Phi(\omega)$ . Jeżeli sygnał optyczny pokonuje drogę  $L$  to zmiana fazy wynosi

$$\Phi(\omega) = \beta L = \frac{\omega n(\omega)}{c} L \quad (3.22)$$

W równaniu (3.22) wykorzystaliśmy (3.21)

Ponieważ, nie znamy szczegółowej postaci stałej, rozwińmy fazę  $\Phi(\omega)$  w szereg Taylora wokół centralnej częstotliwości  $\omega_0$

$$\begin{aligned} \Phi(\omega) &= \Phi_0 + \left(\frac{d\Phi}{d\omega}\right)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\Phi}{d\omega^2}\right)(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3\Phi}{d\omega^3}\right)(\omega - \omega_0)^3 + \dots = \\ &= \phi_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \beta_3(\omega - \omega_0)^3 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Kształt czasowy impulsu  $A(\mathbf{z}, t)$  jest związany z kształtem spektralnym  $\tilde{A}_z(\mathbf{z}, \omega - \omega_0)$  poprzez odwrotną transformatę Fouriera

$$A(\mathbf{z}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_z(\mathbf{z}, \omega - \omega_0) e^{i\Phi(\omega)} e^{-i(\omega - \omega_0)t} d\omega \quad (3.24)$$

Podstawiając (3.23) do (3.24) staje się oczywiste, że pierwszy człon  $\Phi_0$  nie ma wpływu na czasowy kształt propagowanych impulsów światła, a jedynie na przesunięcie fazy. Drugi człon również nie wpływa na czasowy kształt impulsu, a powoduje jedynie opóźnienie czasowe impulsu propagującego przez medium. Rzeczywiście, obliczając pierwszą pochodną równania (3.22) i wykorzystując definicję prędkości grupowej (3.15)  $v_g$  otrzymujemy

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{n}{c} \left(1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}\right) L = \frac{d\beta}{d\omega} L = \frac{L}{v_g} = t_g, \quad (3.25)$$

gdzie  $\beta = k_0 n_{eff}$ .

Widzimy, że  $\frac{d\Phi}{d\omega}$  ma czytelne znaczenie fizyczne, jest to czas  $t_g$  potrzebny do przebycia odległości  $L$

przez składową spektralną poruszającą się z prędkością grupową  $v_g$ .

Trzeci wyraz w wyrażeniu (3.23)

$$\frac{1}{2} \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} (\omega - \omega_0)^2 \quad (3.26)$$

zaburza kształt czasowy impulsu. Rzeczywiście, zakładając  $\delta = \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} = \text{const}$  i podstawiając do

(3.24) otrzymujemy ,

$$E'(t) = \frac{E_0}{\sqrt{\tau^2 + i\delta}} e^{-t^2 / 2\tau'^2} e^{i\frac{\delta}{\tau^2} \frac{t^2}{2\tau'^2}} \quad (3.27)$$

gdzie zmodyfikowany czas trwania impulsu wynosi

$$\tau = \tau_0 \sqrt{1 + \frac{\tau_c^4}{\tau_0^4}} , \quad (3.27a)$$

$$\text{oraz } \tau_c = \sqrt{|\delta|} = \sqrt{\left(\frac{d^2\Phi}{d\omega^2}\right)L} = \sqrt{\beta_2 L} . \quad (3.27b)$$

W niektórych podręcznikach [3] wzór (3.27a) przyjmuje trochę inną postać, gdzie zostaje wprowadzona długość dyspersji  $L_D$  zdefiniowana jako

$$L_D = \tau_0^2 / |\beta_2| \quad (3.27c)$$

która określa dla jakich długości światłowodu  $L$  oraz dla jak długich impulsów  $\tau$  efekty dyspersji związane z nieliniowością współczynnika załamania  $\beta_2$  stają się ważne, bądź są zanedbywalne.

Rzeczywiście, podstawiając (3.27c) oraz (3.27b) do (3.27a) otrzymujemy

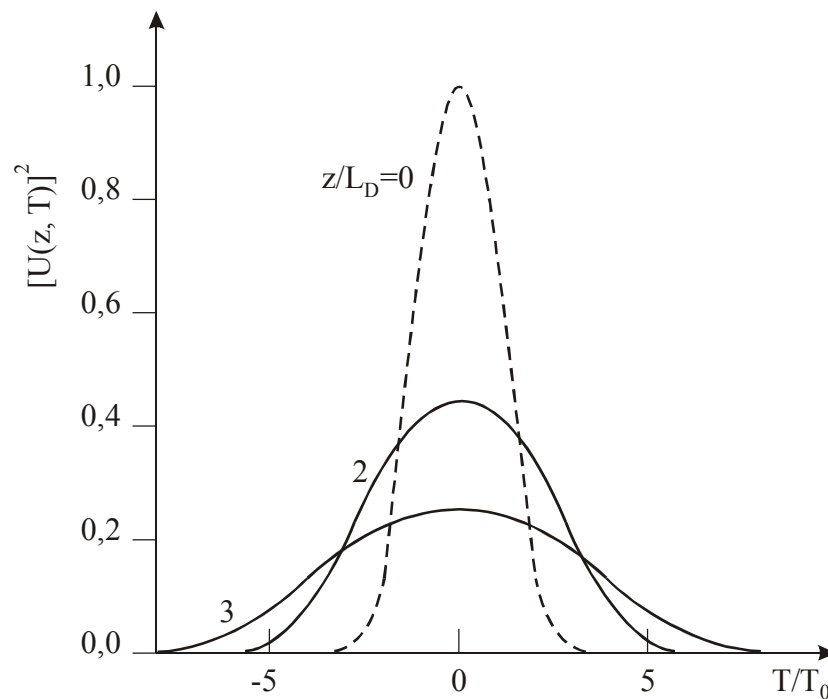
$$\tau = \tau_0 \sqrt{1 + \left(\frac{L}{L_D}\right)^2} \quad (3.28)$$

Dla standardowych światłowodów telekomunikacyjnych w oknie 1550 nm w których  $|\beta_2| \approx 20 \text{ ps}^2 / \text{km}$  i dla impulsów  $\tau_0 > 100 \text{ ps}$ ,  $L_D \approx 500 \text{ km}$ , czyli dla światłowodów o długości 50-80 km, efekty dyspersji GVD są zanedbywalne ( $L \ll L_D$ ). Jednak dla krótszych impulsów  $\tau_0$  rzędu 1 ps, a więc dla szybszej modulacji,  $L_D \approx 50 \text{ m}$ , czyli efekt dyspersji GVD jest niezanedbywalny na całej długości światłowodu, bo  $L \gg L_D$ .

Ze wzorów (3.27, 3.28) wynika, że dopiero nieliniowy człon dyspersji  $\frac{1}{2} \frac{d^2\Phi}{d\omega^2} (\omega - \omega_0)^2$

powoduje zniekształcenie impulsu czasowego, bowiem impuls ulega wydłużeniu. Człon ten powoduje, że prędkości grupowe składowych impulsu o różnych długościach stają się różne, w związku z tym różne składowe przebywają odcinek drogi optycznej  $L$  w różnych czasach, co powoduje wydłużenie czasowego impulsu. Wyprowadzenie zależności (3.25 – 3.27) można znaleźć w pracach [1,3]

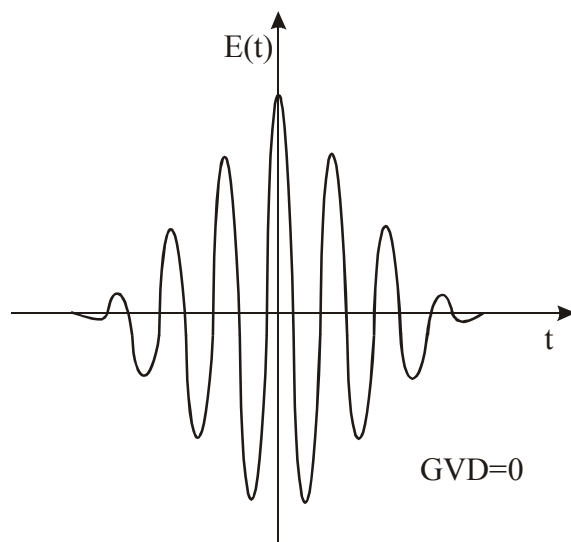
Na Rys.3.5 przedstawiono efekt wydłużenia czasowego impulsu o kształcie Gaussowskim podczas propagacji w światłowodzie.



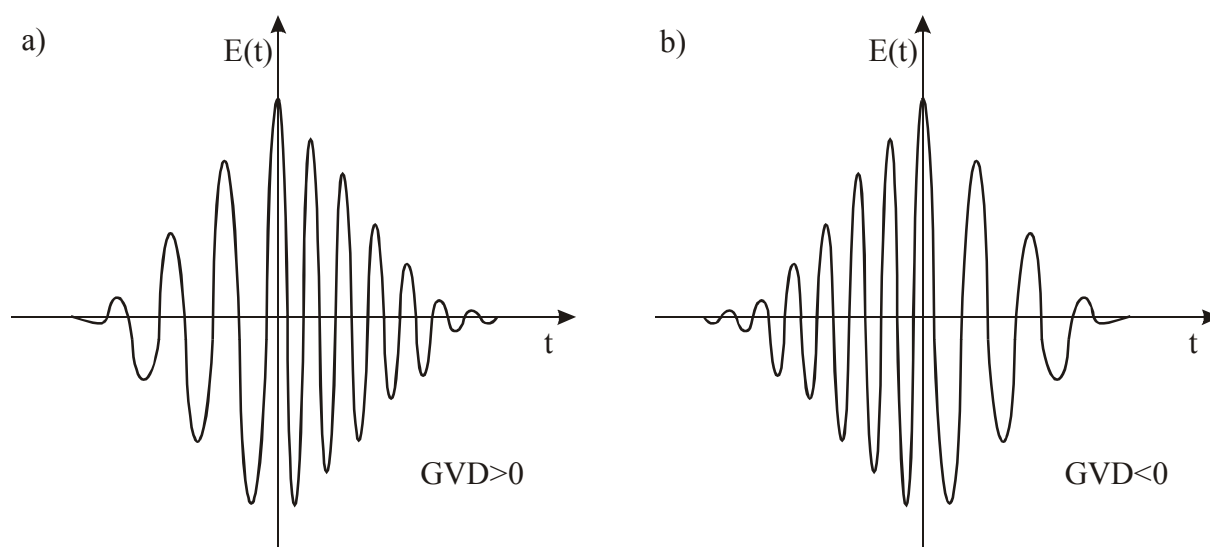
Rys.3.5. Ilustracja poszerzenia impulsu o kształcie Gaussowskim podczas propagacji w światłowodzie.

----- wejściowy impuls dla  $z=0$ , 2 – impuls po pokonaniu drogi  $z=2L_D$ , 3 - impuls po pokonaniu drogi  $z=4L_D$ , gdzie  $L_D$  jest długością dyspersji światłowodu zdefiniowana wzorem (3.27.c) [3]

Założmy więc, że do światłowodu został wprowadzony w punkcie początkowym ( $z=0$ ) impuls czasowy o kształcie gaussowskim, nie wykazujący dyspersji prędkości grupowej ( $GVD=0$ ) (Rys.3.6). Po przejściu drogi  $z = 2L_D$  oraz  $z=4L_D$  impuls w dalszym ciągu pozostaje gaussowski, ale wykazuje coraz większe poszerzenie i dyspersję prędkości grupowej GVD, czyli składowe o dłuższych falach wędrują szybciej niż fale krótsze ( $GVD >0$ ) (Rys.3.7.a) lub składowe o dłuższych falach wędrują wolniej niż fale krótsze, gdy światłowód wykazuje ujemną dyspersję ( $GVD <0$ ) (Rys.3.7b)



Rys.3.6. Ilustracja impulsu czasowego o Gaussowskim kształcie o zerowej GVD=0 (ang. zero chirped)



Rys.3.7. Ilustracja impulsu czasowego o Gaussowskim kształcie charakteryzowany przez dodatnią GVD (a) i ujemną GVD (b)

Bez względu na znak dyspersji GVD, wejściowy impuls Gaussowski, który wykazuje zerowy chirp (Rys.3.6.) po przejściu przez światłowód wykazujący niezerową dyspersję GVD ulega poszerzeniu czasowemu.

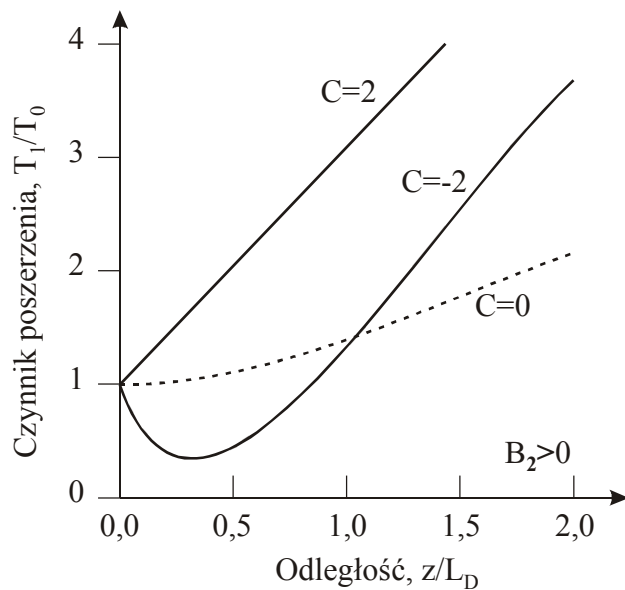
Zerowy chirp (dokładne tłumaczenie z angielskiego znaczy świergotanie) oznacza, że wszystkie składowe spektralne impulsu czasowego poruszają się z tą samą prędkością grupową, co jest

możliwe tylko wtedy gdy faza  $\frac{d\Phi}{d\omega}$  nie jest modulowana w czasie, czyli gdy opóźnienie  $t_g$  dla wszystkich składowych jest takie samo

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{d\Phi}{d\omega} \right) = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{n}{c} \left( 1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega} \right) L = \frac{d\beta}{d\omega} L = \frac{L}{v_g} = t_g = \text{const} \quad (3.30)$$

Opisana sytuacja ulega jednak zmianie, gdy już na początku drogi ( $z = 0$ ) światłowód wykazuje ujemną dyspersję (GVD  $< 0$ ) (Rys.3.7 b). Wtedy efekt GVD powoduje najpierw skrócenie impulsu, a dopiero potem jego wydłużenie (Rys.3.8)



Rys.3.8. Ilustracja poszerzenia impulsu o kształcie Gaussowskim z wejściowym chirpem charakteryzowanym przez parametr  $C$  podczas propagacji w światłowodzie o dodatniej dyspersji GVD  $> 0$ , ----- impuls dla  $C=0$ ,  $C=2$  – impuls dla wejściowej dyspersji GVD dodatniej,  $C=-2$  - impuls dla wejściowej dyspersji GVD ujemnej. Gdy światłowód wykazuje dyspersję GVD  $< 0$ , te same krzywe opisują poszerzenie pasm gdy zamienimy znaki  $C$  [3].

Łatwo jest zrozumieć dlaczego początkowo impuls ulega skróceniu gdy na wejściu do światłowodu, impuls wykazuje GVD przeciwne do GVD światłowodu, w którym zaczyna propagować. Przeciwne znaki GVD oznaczają, że fale dłuższe, które na wejściu poruszały się szybciej (GVD  $> 0$ ), zaczynają

w światłowodzie wykazywać efekt opóźnienia, zaś wolniejsze fale krótsze zaczynają poruszać się szybciej. Prowadzi to kompensacji efektu dyspersji GVD. Czas trwania impulsu osiąga minimum dla takiej odległości w światłowodzie dla której oba efekty spompenowały się i  $GVD=0$ . Wtedy impuls jest najkrótszy i w domenie szóstosci wykazuje szerokość spektralną taką jaka wynika z transformacji Fouriera (ang. transform-limited spectral band width). Potem, gdy impuls dalej propaguje w światłowodzie, zaczyna dominować efekt dodatniego  $GVD>0$  w światłowodzie i impuls czasowy ponownie ulega wydłużeniu.

Podkreślmy jeszcze raz, że człon  $\frac{d^2\Phi}{d\omega^2}$  jest odpowiedzialny w równaniu (3.23) za dyspersję

GVD

Ze wzoru (3.22) wynika, że

$$\frac{d^2\Phi}{d\omega^2} = \left( \frac{2}{c} \frac{dn}{d\omega} + \frac{\omega}{c} \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) L = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} L = \frac{d}{d\omega} \left( \frac{d\beta}{d\omega} L \right) = \frac{d}{d\omega} \left( \frac{L}{v_g} \right) = \frac{d}{\omega} (t_g) \quad (3.31)$$

Jeżeli  $\frac{d^2\Phi}{d\omega^2}$  jest różne od zera, to prędkości grupowe  $v_g$  odpowiadające różnym częstościom są różne i dlatego mówimy, że ośrodek wykazuje dyspersję prędkości grupowej (ang. group velocity dispersion - GVD). Gdy  $\frac{d^2\phi}{d\omega^2} > 0$  mówimy o dodatniej GVD, gdy  $\frac{d^2\phi}{d\omega^2} < 0$  mówimy o ujemnej GVD. Przykładowe wartości  $\frac{d^2\Phi}{d\omega^2}$  dla długości fali 800 nm wynoszą: dla kryształu szafiru 580  $\text{fs}^2/\text{cm}$ ; 360  $\text{fs}^2/\text{cm}$  dla stopionego krzemu i 1500  $\text{fs}^2/\text{cm}$  dla szkła SF10.

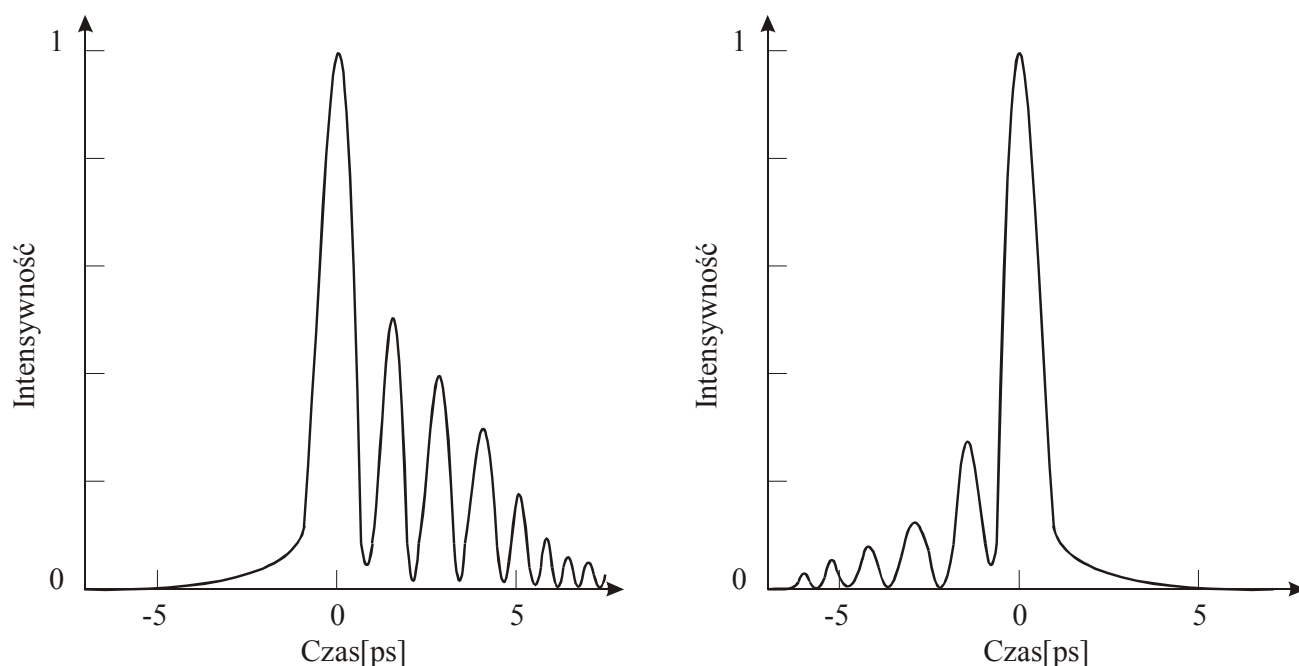
Podsumujmy wpływ GVD na kształt i czas trwania modulowanych impulsów propagowanych przez światłowód. Wpływ GVD na kształt i czas trwania impulsu staje się istotny dla impulsów rzędu pikosekund i krótszych. Tak więc efekty nieliniowe fazy  $\phi$ , a więc również współczynnika załamania zaczynają odgrywać ważną rolę dopiero przy dużych przepływnościach sieci światłowodowych, praktycznie dopiero przy przepływnościach powyżej 100Gb/s nieliniowe. Intuicyjnie łatwo to zrozumieć. Duże przepływności wymagają szybkiej modulacji. Szybka modulacja powoduje powstawanie impulsu (quasi-monochromatycznej paczki falowej) charakteryzowanego przez pewien zakres widmowy. Ponieważ współczynnik załamania  $n(\omega)$  każdego materiału w tym również materiału rdzenia i płaszczu światłowodu zależy od częstości promieniowania, każda składowa widma w impulsie czasowym rozchodzi się z trochę inną prędkością grupową  $v_g$ . Im szerszy zakres widmowy, tym większe różnice (dyspersja) prędkości



grupowej (GVD) między najdłuższymi i najkrótszymi długościami fali propagowanego impulsu optycznego.

Do tej pory rozważaliśmy tylko wpływ pierwszych trzech członów w rozwinięciu Taylora (3.23). W niektórych przypadkach musimy również uwzględnić zależność współczynnika załamania (i fazy) od trzeciej pochodnej  $\frac{1}{6} \left( \frac{d^3 \Phi}{d\omega^3} \right) (\omega - \omega_0)^3$ . Wtedy wejściowy impuls Gaussa propagując w światłowodzie nie zachowuje już kształtu impulsu Gaussa i w zależności od wielkości członu

$\beta_3 = \frac{d^3 \Phi}{d\omega^3}$  przyjmuje kształt przedstawiony na Rys. 3.9.



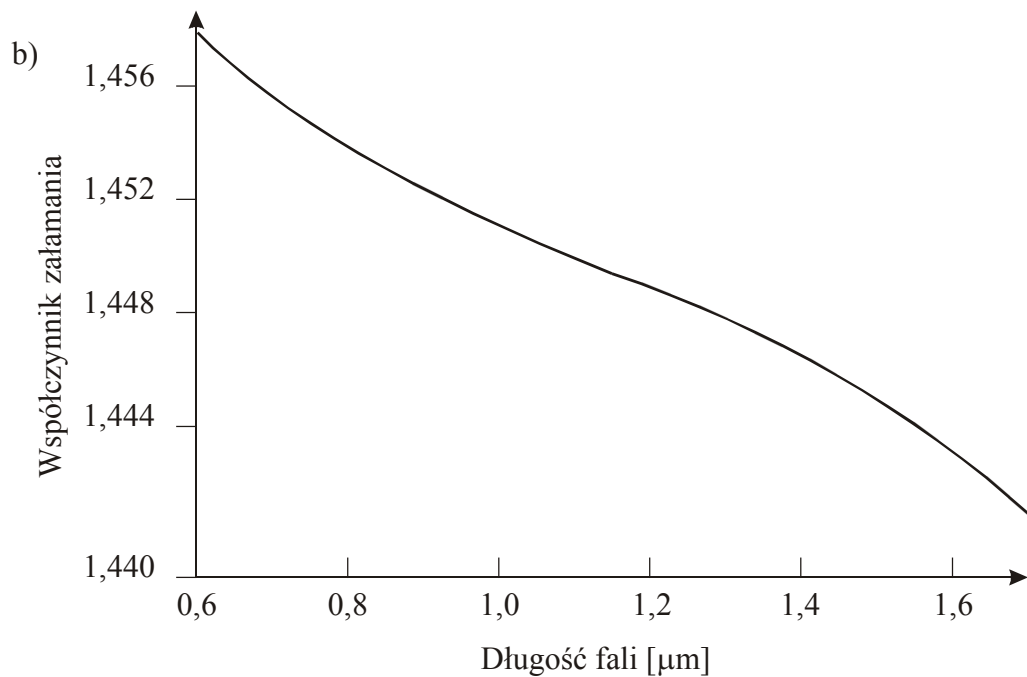
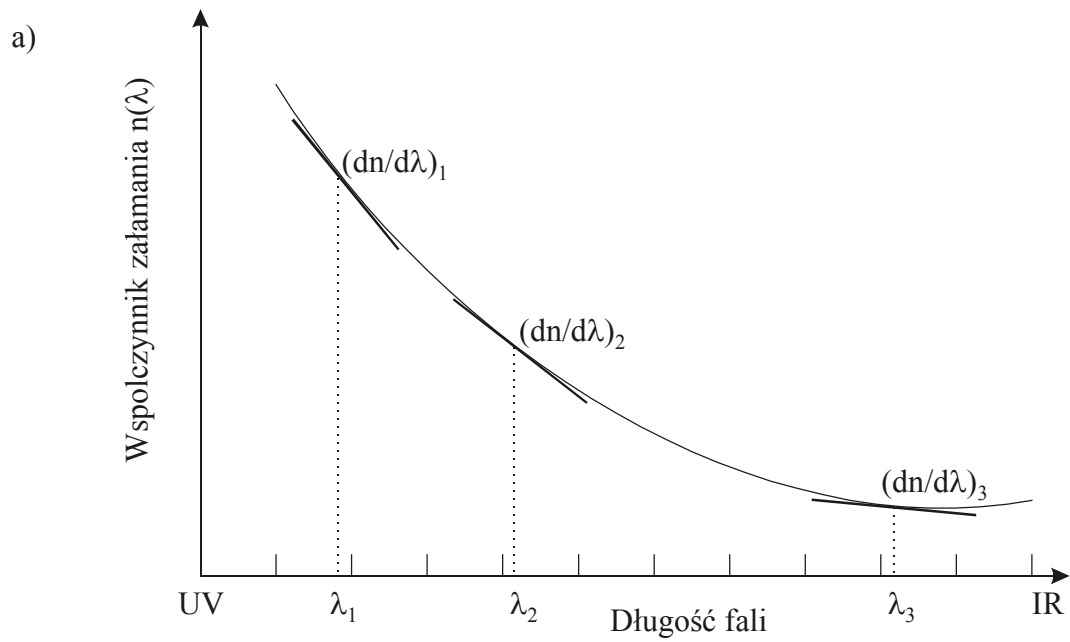
Rys.3.9. Kształt impulsu czasowego 0.5 ps po przejściu odcinka 2.5 km w światłowodzie ze skompensowaną dyspersją dla  $\beta_3=0.124$  (a) i  $\beta_3=-0.076 \text{ ps}^3 / \text{km}$  [4]

Wprowadzenie nieliniowości trzeciego rzędu (ang. TOD, third order disperion) charakteryzowanej przez  $\beta_3$  pozwala wprowadzić następny ważny parametr, który charakteryzuje nachylenie współczynnika dyspersji S zdefiniowanego jako

$$S = \frac{dD}{d\lambda} = \left( \frac{2\pi c}{\lambda^2} \right)^2 \beta_3 + \left( \frac{4\pi c}{\lambda^3} \right) \beta_2 \quad (3.32)$$

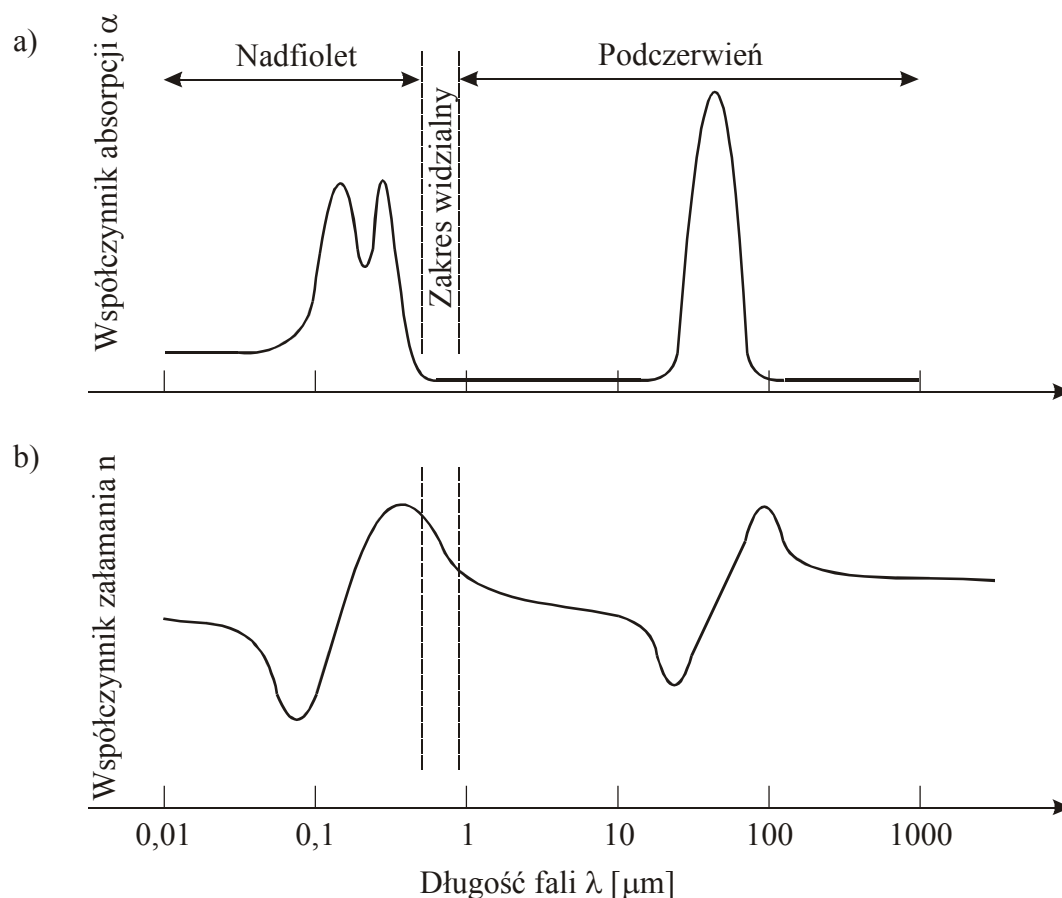
gdzie D jest współczynnikiem dyspersji

Na rysunku 3.10, przedstawiono typową zależność współczynnika załamania  $n(\lambda)$  od długości fali  $\lambda$ .



Rys.3.10. Schematyczna zależność współczynnika załamania  $n(\lambda)$  od długości fali  $\lambda$  (a), zależność współczynnika załamania od długości fali dla stopionej krzemionki (b)

Trzeba zdawać sobie sprawę z faktu, że przedstawiona na Rys.3.10. zależność przedstawia tylko niewielki zakres zależności od długości fali odpowiadający obszarowi nierezonansowemu (czyli obszarowi w którym szkło nie absorbuje). Pełen zakres przedstawia schematycznie Rys.3.11.



Rys.3.11. Zależność współczynnika absorpcji  $\alpha(\lambda)$ , (a) i współczynnika załamania  $n(\lambda)$ , (b) od długości fali dla stopionej krzemionki

Dla danej długości fali współczynnik załamania  $n(\lambda)$  określa prędkość fazową poprzez relację

$v = \frac{c}{n(\lambda)} = \frac{\omega}{\beta}$ . Nachylenie krzywej  $\frac{dn(\lambda)}{d\lambda}$  określa prędkość grupową

$$v_g = \frac{c}{(n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda})} \quad (3.33)$$

dla paczki falowej z maksimum dla długości fali  $\lambda$ . Wzór na prędkość grupową można prosto

wyprowadzić z definicji prędkości grupowej  $v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$  i relacji  $v = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{\beta}$

Wzór (3.33) na prędkość grupową można zapisać jako

$$v_g = \frac{c}{N} \quad (3.34)$$

gdzie wprowadzono wielkość zwaną grupowym współczynnikiem załamania  $N$

$$N = n(\lambda) + \omega \frac{dn}{d\omega} = n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (3.35)$$

Ze wzoru (3.33) wynika, że pierwsza pochodna  $\frac{dn(\lambda)}{d\lambda}$  określa prędkość grupową. Gdy

$\frac{dn(\lambda)}{d\lambda} = const$ , czyli  $\frac{d^2 n}{d\lambda^2} = 0$  to wszystkie składowe spektralne impulsu poruszają się z tą

samą prędkością grupową  $v_g$ . Warunek  $dn(\lambda = const)$  oznacza, że zależność współczynnika załamania materiału od długości fali powinna być liniowa, co zdarza się niezwykle rzadko w

praktyce (Rys.3.10). Tak więc dopiero druga pochodna  $\frac{d^2 n}{d\lambda^2}$  będąca miarą nieliniowości

współczynnika załamania decyduje o dyspersji prędkości grupowej (GVD) materiału. Aby czasowy impuls propagujący przez światłowód nie ulegał wydłużeniu należy zlikwidować efekt GVD, co

oznacza, iż opóźnienie grupowe  $t_g$  musi być niezależne od częstości, czyli  $t_g = \frac{d\Phi}{d\omega} = const$ .

Miarą dyspersji prędkości grupowej GVD jest druga pochodna stałej propagacji

$$\beta_2 = \left( \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (3.36)$$

wyrażona wzorem

$$\beta_2 = \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2} \right) \quad (3.37)$$

zależność ta wynika z (3.31)

Gdy  $\beta_2 > 0$  mówimy, że światłowód wykazuje normalną (lub dodatnią) dyspersję GVD, gdy  $\beta_2 < 0$  mówimy, że światłowód wykazuje anomalną (lub ujemną) dyspersję GVD.

W materiale wykazującym dodatni efekt GVD, składowe o większych długościach fali przemieszczają się szybciej niż składowe o mniejszych długościach. W materiale wykazującym

ujemny efekt GVD jest odwrotnie. Im większa dyspersja prędkości grupowej GVD, tym większe zmiany kształtu impulsu czasowego oraz zmiany długości trwania impulsu. Mówimy, że impuls jest dodatnio modulowany (ang. *positively chirped*), gdy fale dłuższe poruszają się w ośrodku szybciej niż fale krótkie.

Często, zamiast  $\beta_2$ , do wyrażenia dyspersji prędkości grupowej używamy **współczynnika dyspersji** zdefiniowanego jako

$$D = \frac{dt_g}{d\lambda} \left[ \frac{ps}{nm \cdot km} \right], \text{ gdzie } t_g = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega} \quad (3.38)$$

Współczynnik dyspersji D wyznacza poszerzenie czasowe impulsu w ps (pikosekundach) po przejściu 1 km odcinka światłowodu, jeżeli szerokość linii widmowej źródła światła wynosi 1 nm

Należy zwrócić uwagę, że zdefiniowany wyżej współczynnik dyspersji D

$$D = \frac{dt_g}{d\lambda} \quad (3.39)$$

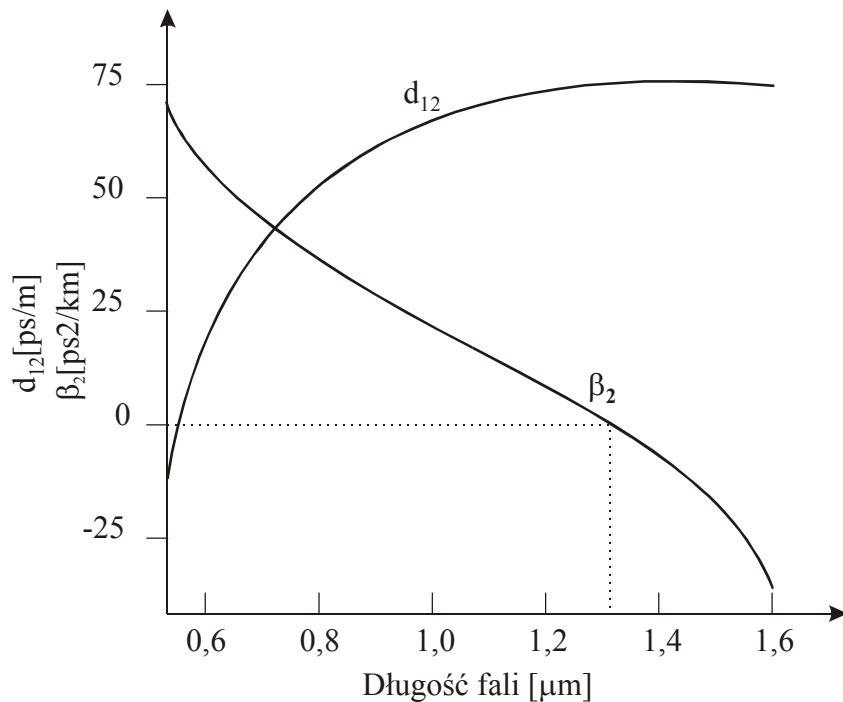
$$\text{gdzie } t_g = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega} = \beta_1 \quad (3.40)$$

ma odwrotny znak niż  $\beta_2$ , bowiem

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (3.41)$$

czyli

Gdy  $D < 0$  mówimy, że światłowód wykazuje normalną dyspersję GVD, gdy  $D > 0$  mówimy, że światłowód wykazuje anomalną dyspersję GVD.



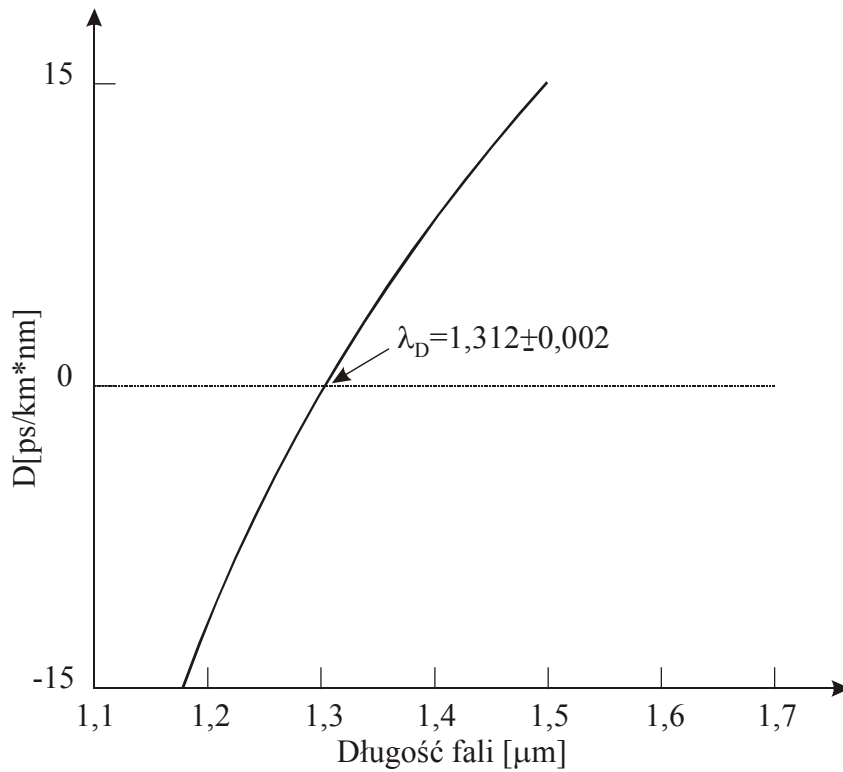
Rys.3.12. Zależność parametrów charakterystycznych dyspersję prędkości grupowej GVD,  $\beta_2$  oraz  $d_{12}$  od długości fali dla stopionej krzemionki SiO<sub>2</sub> [2,4]

Na Rys.3.12 przedstawiono zależność parametru  $\beta_2$  charakterystycznego dyspersję prędkości grupowej GVD, od długości fali dla stopionej krzemionki SiO<sub>2</sub>. Z Rys.3.12. wynika, że we włóknach światłowodowych  $\beta_2$  przyjmuje wartość zerową dla fal o długości około 1.31 μm. W praktyce, często obserwujemy przesunięcie zerowej dyspersji w stronę fal dłuższych, co spowodowane jest kilkoma czynnikami:

- po pierwsze, rzeczywiste włókna są często domieszkowane, np. GeO<sub>2</sub> lub P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>,
- po drugie, na skutek zjawiska dyspersji falowodowej, współczynnik efektywny  $n_{eff}$  jest zazwyczaj trochę mniejszy od współczynnika załamania szkła rdzenia

Rys.3.13. przedstawia zależność współczynnika dyspersji D od długości fali dla światłowodu jednomodowego [5] z którego wynika że D przyjmuje wartość zerową dla około 1.31 μm.km.

W III oknie transmisyjnym dla 1550 nm współczynnik dyspersji  $D$  wynosi około 17 ps/nm



Rys.3.13. Zależność współczynnika dyspersji  $D$  od długości fali dla światłowodu jednomodowego [5]

Korzystając z zależności (3.41) i wyrażenia, które aproksymuje zależność współczynnika załamania od długości fali, można pokazać, że dla włókna jednomodowego Corning SMF-28 współczynnik dyspersji  $D$  wyrażony jest zależnością empiryczną

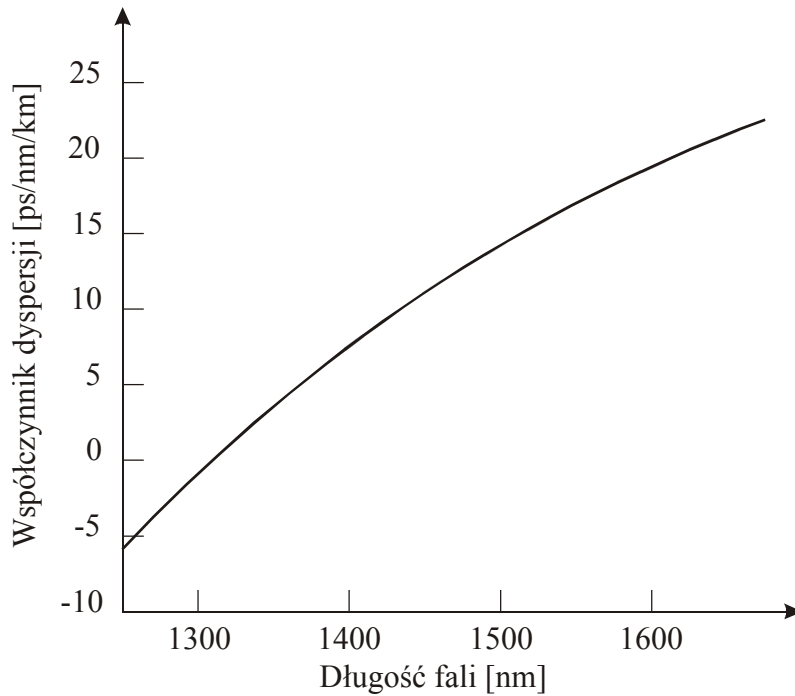
$$D = \frac{S_0}{4} \left( \lambda - \frac{\lambda_0^4}{\lambda^3} \right) \quad (3.42)$$

gdzie

$$S_0 = 0.092 \text{ ps}/(\text{nm}^2 \text{ km}), \quad \lambda_0 = 1311 \text{ nm}$$

Zależność współczynnika dyspersji  $D$  od długości fali dla włókna jednomodowego Corning SMF-28 przedstawiono na Rys.3.14.





Rys.3.14. Zależność współczynnika dyspersji  $D$  od długości fali dla włókna jednomodowego Corning SMF-28 [www. Fiberopitc. ]

Innym parametrem, który charakteryzuje dyspersję chromatyczną jest współczynnik  $d_{12}$  zdefiniowany następująco:

$$d_{12} = \beta_1(\lambda_1) - \beta_1(\lambda_2) = v_g^{-1}(\lambda_1) - v_g^{-1}(\lambda_2) \quad (3.43)$$

gdzie  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  są centralnymi długościami fali dwóch impulsów czasowych,  $\beta_1$  jest obliczone ze wzorów (3.22 i 3.25)

$$\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{v_g} = t_g = \frac{n}{c} \left(1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}\right) \quad (3.44)$$

Rys.3.12. przedstawia zależność współczynnika  $d_{12}$  w zależności od  $\lambda_2$ , gdy  $\lambda_1=0.532 \mu\text{m}$  dla krzemionkowego szkła  $\text{SiO}_2$ . W regionie normalnej dyspersji (gdy  $\beta_2 > 0$ ), impuls czasowy reprezentujący dłuższą falę porusza się szybciej niż impuls krótkofalowy. Tak więc, na przykład, impuls  $\lambda_2=1.064 \mu\text{m}$  (dla którego  $\beta_2 > 0$ , jak wynika z Rys.3.12.) propagujący współbieżnie z impulsem  $\lambda_1=0.532 \mu\text{m}$  wyprzedzać go będzie z szybkością około 75 ps/m. Parametrem, który opisuje ten efekt rozbieżności spowodowany różnymi szybkościami propagowania jest tzw. długość rozbieżności  $L_w$  (ang. walk-off length)

$$L_w = \tau_0 / |d_{12}| \quad (3.45)$$

gdzie  $\tau_0$  jest czasem trwania impulsu. Dla przykładu podanego wyżej wielkość  $L_w$  wynosi 25 cm dla impulsu o szerokości 20 ps.

Zajmijmy się teraz światłowodami z przesuniętą dyspersją. Po podstawieniu wyrażenia na prędkość grupową  $v_g$  (3.34) do definicji współczynnika dyspersji

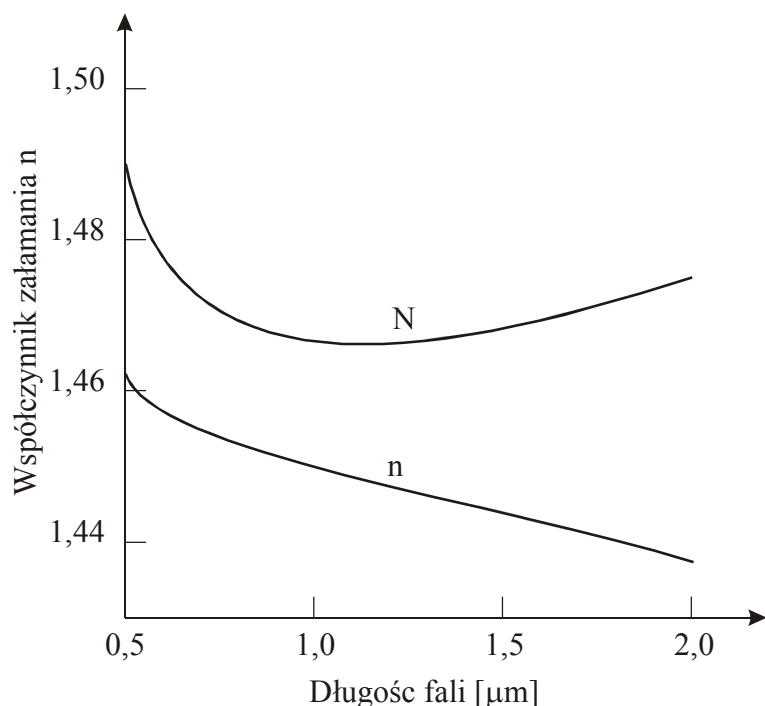
$$D = \frac{dt_g}{d\lambda} \left[ \frac{ps}{nm \cdot km} \right] \quad (3.46)$$

otrzymujemy

$$D = \frac{1}{c} \frac{dN}{d\lambda} \quad (3.47)$$

Tak więc, współczynnik dyspersji  $D=0$ , gdy  $\frac{dN}{d\lambda} = 0$ , czyli gdy grupowy współczynnik

załamania  $N$  osiąga ekstremum. Rys.3.15. przedstawia zależność grupowego współczynnika załamania  $N$  od długości fali dla czystej krzemionki  $SiO_2$ . Z wykresu widać, że  $N$  osiąga minimum dla około  $1.31 \mu m$ . Oznacza to że dla tej długości fali światłowód wykazuje zerową dyspersję GVD, ponieważ  $D=0$ .



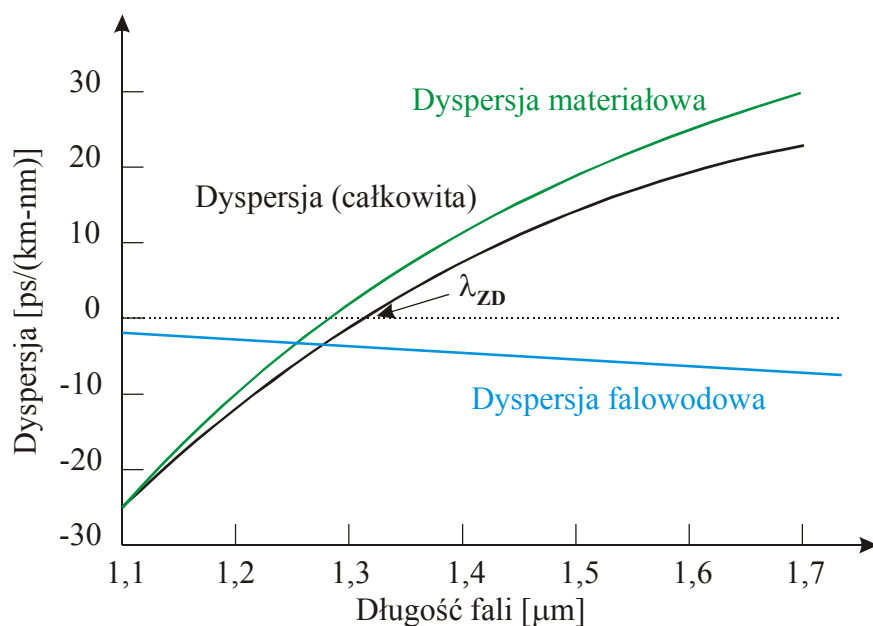
Rys.3.15. Zależność grupowego współczynnika załamania  $N$  (a) i współczynnika załamania  $n$  (b) od długości fali dla czystej krzemionki  $SiO_2$

Tak więc w standardowym światłowodzie zerowa dyspersja przypada na II okno transmisyjne ( $1.31 \mu m$ ). Korzystniejszym zjawiskiem byłoby występowanie zerowej dyspersji GVD w III oknie transmisyjnym, bowiem tłumienie jest mniejsze w III oknie ( $1.55 \mu m$ .) niż w I oknie.

CELOWE jest więc stworzenie takiego światłowodu, w którym minimum dyspersji ( $D=0$ )

pokrywa się z minimum tłumienia.

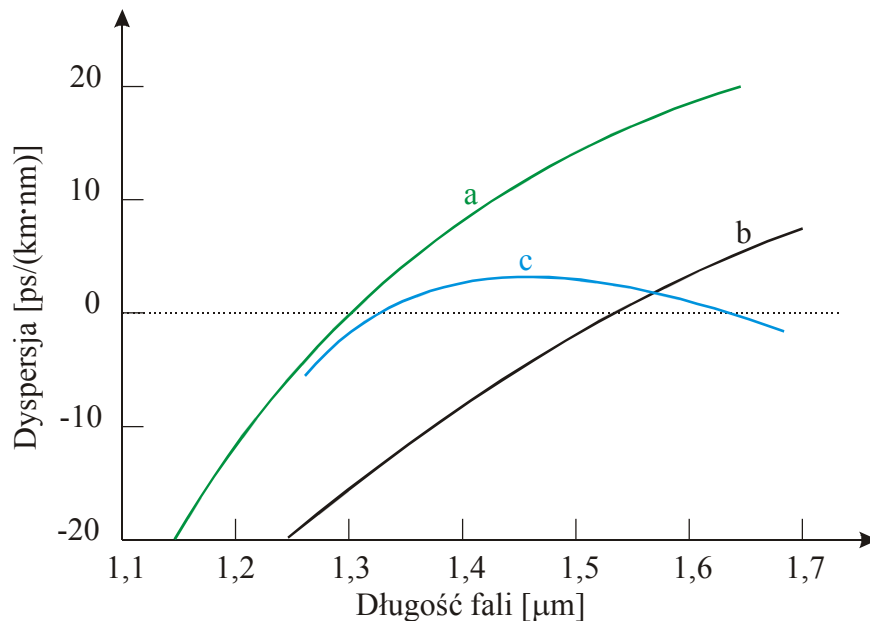
Światłowody, w których udało się tego dokonać, noszą nazwę światłowodów z przesuniętą dyspersją. Światłowody z przesuniętą dyspersją były pobieżnie omawiane w rozdziale I. Tutaj mamy już wystarczający zasób wiedzy teoretycznej, aby zrozumieć metody wytworzenia światłowodu z przesuniętą dyspersją. Rysunek 3.1 ilustruje ideę uzyskania światłowodu z przesuniętą dyspersją.



Rys.3.16. Zależność dyspersji materiałowej, falowodowej i całkowitej od długości fali

Dyspersja całkowita światłowodu jednomodowego jest sumą wkładów pochodzących od dyspersji materiałowej i dyspersji falowodowej. Z rysunku 3.16. wynika, że dyspersja falowodowa (światłowodowa) przesunęła zero dyspersji w stronę fal dłuższych, czyli oczywistym sposobem przesunięcia minimum dyspersji do III okna transmisji jest zwiększenie wpływu dyspersji falowodowej. Można to uczynić przez zwiększenie różnicy między współczynnikami załamania i płaszczka. Jednak, trzeba mieć świadomość, zwiększając tę różnicę, powodujemy również wzrost częstotliwości odcięcia  $\nu_0 = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ , co oznacza, że zostały stworzone warunki do rozchodzenia się więcej niż jednego modu. Aby usunąć ten niepożądany efekt, musimy zmniejszyć promień rdzenia  $a$  (np. z  $8 \mu\text{m}$  w standardowym światłowodzie na  $5 \mu\text{m}$  w światłowodzie z przesuniętą dyspersją). Światłowody z przesuniętą dyspersją są szeroko stosowane w komunikacji optycznej.

Gdy dyspersja GVD zostanie przesunięta daleko poza  $1.6 \mu\text{m}$  światłowody wykazują dużą dodatnią wartość  $\beta_2 > 0$  i noszą nazwę światłowodów kompensujących dyspersję (ang. dispersion-compensating fibers, DCFs).

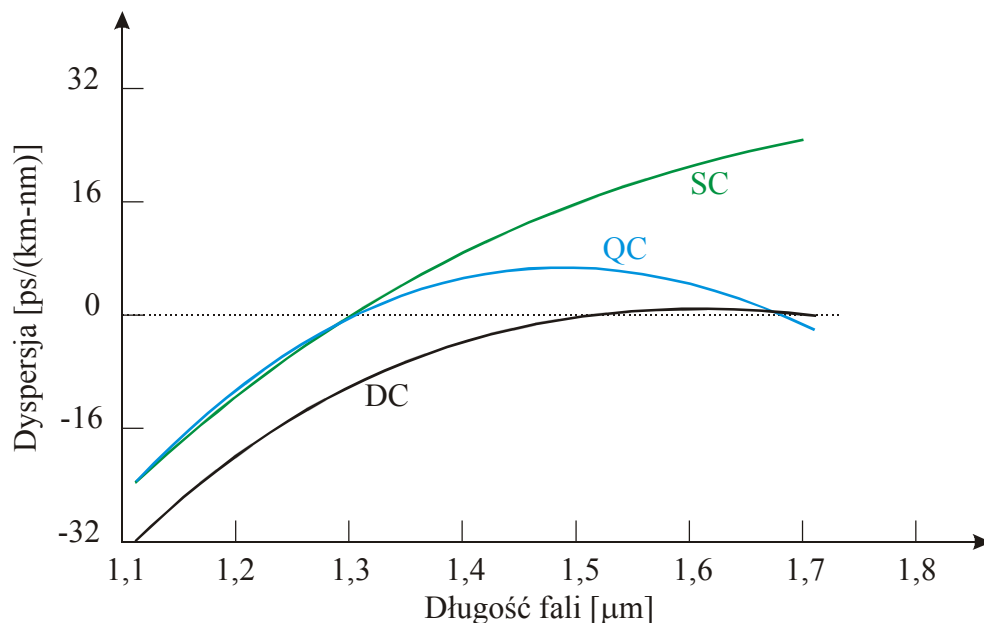


Rys.3.17. Zależność współczynnika dyspersji  $D$  od długości fali w różnych typach światłowodów, a) światłowod standardowy, b) światłowod z przesuniętą dyspersją, c) światłowod z dyspersją płaską

Nachylenie współczynnika dyspersji na Rys. 3.17 zależy od efektów nieliniowych trzeciego rzędu

(TOD)  $\beta_3 = \frac{d^3\beta}{d\omega^3}$  w rozwinięciu w wyrażeniu (3.23). Silna zależność dyspersji GVD od długości

fali jest niekorzystne w technikach multipleksacji WDM. Dlatego w ostatnich latach stworzono światłowody ze zredukowanym nachyleniem. Skrajnym i najkorzystniejszym przypadkiem jest charakterystyka płaska przedstawiona na Rys. 3.17. Stopień nachylenia można osiągnąć przez nakładanie wielu warstw płaszczu (ang. multiple cladding layers). Rys.3.17. przedstawia nachylenie  $D$  od długości fali dla włókien jednowarstwowych (ang.SC-single clad), podwójnych (ang.DC-double-clad), poczwórnych (ang.QC- quadruple-clad). Rysunek 3.18 ilustruje zmiany nachylenia w zależności od liczby warstw płaszczu.



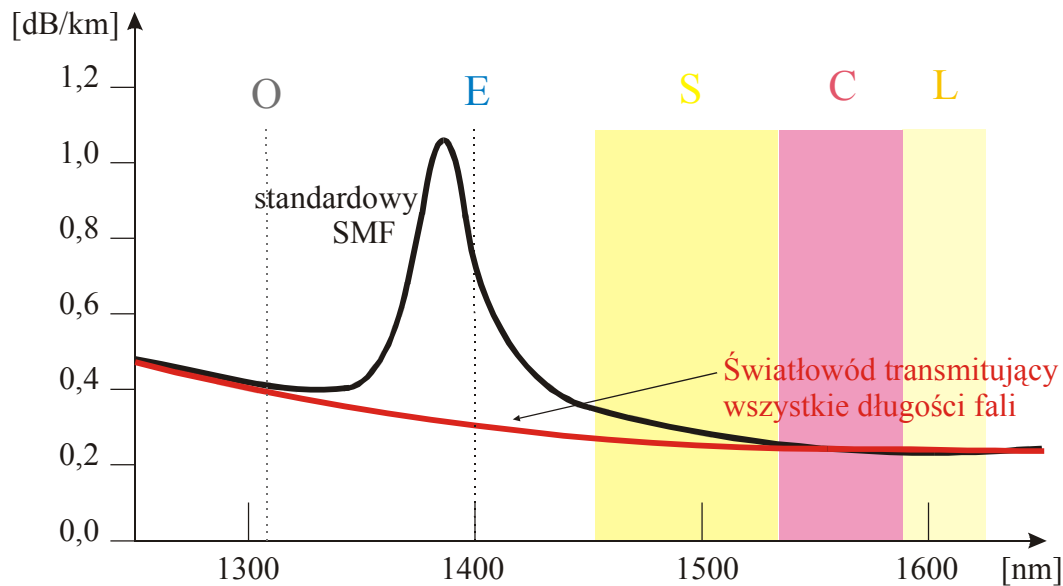
Rys.3.18. Zależność współczynnika dyspersji  $D$  od długości fali dla trzech rodzajów włókien, dla włókien jednowarstwowych (SC-single clad), podwójnych (DC –double-clad), poczwórnych (QC-quadruple-clad).

Stosując technologię nakładania kolejnych warstw można uzyskać prawie płaską charakterystykę w zakresie 1.3-1.6  $\mu\text{m}$ . Zauważmy, że dla przypadku QC dyspersja GVD jest niewielka ( $D \approx 1$  ps/km-nm), ale niezerowa. Takie rozwiązanie ma wiele zalet, bowiem zupełny brak dyspersji jest przyczyną przesłuchów w technikach WDM na skutek zjawiska nieliniowego mieszania czterofalowego (angzFWM-four wave mixing) o których będziemy mówić dalej w rozdziale 4. Mała, ale niezerowa dyspersja w całym zakresie przenoszenia wzmacniaczy optycznych EDFA (1530-1565 nm) ograniczająca efekty nieliniowe FWM oraz modulacji skośnej CPM (ang.cross phase modulation) powoduje, że włókna jednomodowe z niezerową przesuniętą dyspersją są obecnie najlepszym medium transmisji DWDM w III oknie na dalekie odległości. Połączenie niskiej wartości dyspersji i małego nachylenia charakterystyki dyspersyjnej pozwala osiągnąć większy zasięg transmisji bez konieczności kompensacji dyspersji w sieciach pracujących z szybkościami 2,5 lub 10Gbit/s wraz z rozwojem sieci telekomunikacyjnych w kierunku systemów 40Gbit/s. Dyspersja staje się coraz ważniejszym czynnikiem, który trzeba kontrolować.

Podsumowując, współczesne światłowody charakteryzujące się niewielką dyspersją i płaską charakterystyką cechuje :

- niska wartość dyspersji zarówno w paśmie C jak i L,
- możliwość osiągania dużych zasięgów transmisji bez kompensacji dyspersji,

- parametry współczesnych włókien pozwalają stosować w sieciach optycznych oraz sieciach następnej generacji wykorzystujących przełącznice optyczne OXC (ang. optical cross connect) o wysokich przepływnościach rzędu 40Gbit/s,
- małe zmiany tłumienności związanej ze zginaniem włókna dla 1550nm i bardziej czulej długości fali 1625nm;
- tłumienność i dyspersja pozwalająca na zastosowanie włókien do pasma L, (Rys3.19)



Rys. 3.19 Charakterystyka tłumienności dla współczesnych światłowodów w zakresie pasm transmisyjnych.

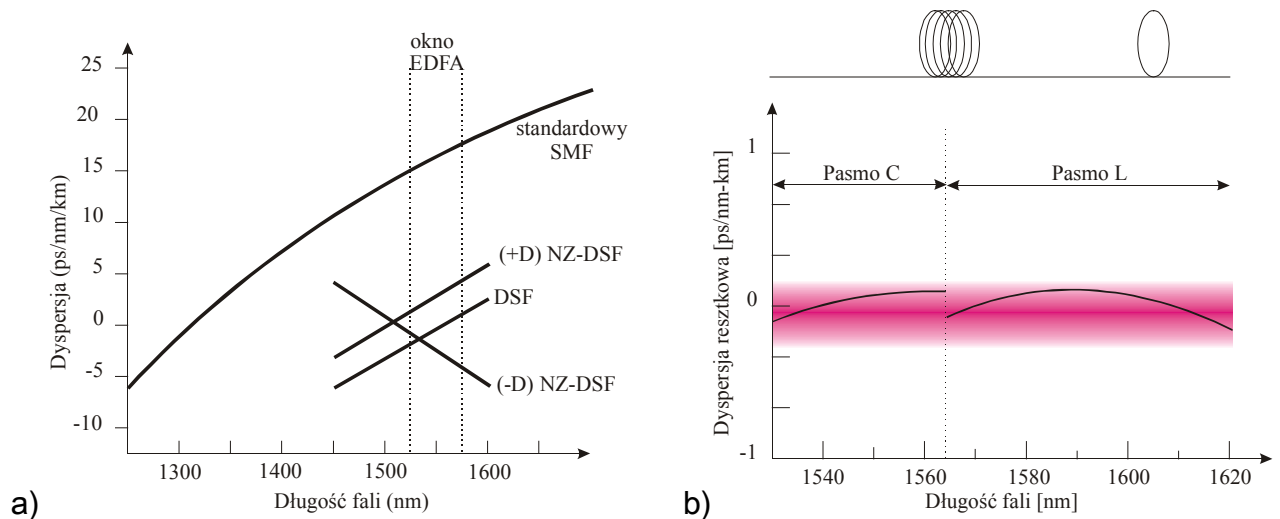
Choć generalnie współczesna technologia światłowodowa jest zainteresowana bardzo małą dyspersją GVD, to coraz częściej światłowody wykazujące anomalną (lub ujemną) dyspersję GVD ( $\beta_2 < 0$ ) stają w centrum zainteresowania najnowszej generacji światłowodów – transmisji solitonowej.

W tabeli 3.1 przedstawiono współczesne rodzaje włókien światłowodowych z przesuniętą dyspersją i ich charakterystykę

Rodzaje włókien światłowodowych z przesuniętą dyspersją	Charakterystyka
<b>Włókna jednomodowe z przesuniętą dyspersją</b>	<b>DS- SMF</b> – Dispersion Shifted-Single Mode Fiber, zalecenie G.653*, gradientowy współczynnik załamania, silnie ujemna dyspersja w II oknie (poniżej 20 ps/nm*km, zerowa dyspersja dla 1550 nm w III oknie, zastosowania w jednokanałowych transmisjach na duże odległości w III oknie, niewielka przydatność w transmisji wielokanałowej w III oknie, bowiem brak dyspersji jest przyczyną przesłuchów na skutek zjawiska nieliniowego mieszania czterofalowego (FWM-four wave mixing)
<b>Włókna jednomodowe z niezerową przesuniętą dyspersją</b>	<b>NZDS- SMF</b> – Non Zero Dispersion Shifted-Single Mode Fiber, zalecenie G.655, mała ale niezerowa dyspersja w całym zakresie przenoszenia wzmacniaczy optycznych EDFA (1530-1565 nm) ograniczająca efekty nieliniowe FWM oraz modulacji skośnej CPM (cross phase modulation), jak dotychczas najlepsze medium transmisji DWDM w III oknie na dalekie odległości

\* ITU-T International Telecommunication Union – Telecommunication Standardization Sector

Rys.3.20 ilustruje różne typy włókien jednomodowych z przesuniętą dyspersją stosowanych w III oknie optycznym, 1550 nm. Zacięnięty na niebiesko region oznacza okno EDFA (ang. erbium doped Fiber Amplifier) i reprezentuje długości fal używane obecnie w technikach multipleksacji DWDM.



Rys.3.20 Różne typy włókien jednomodowych z przesuniętą dyspersją (a) i płaską charakterystyką dyspersji (b).

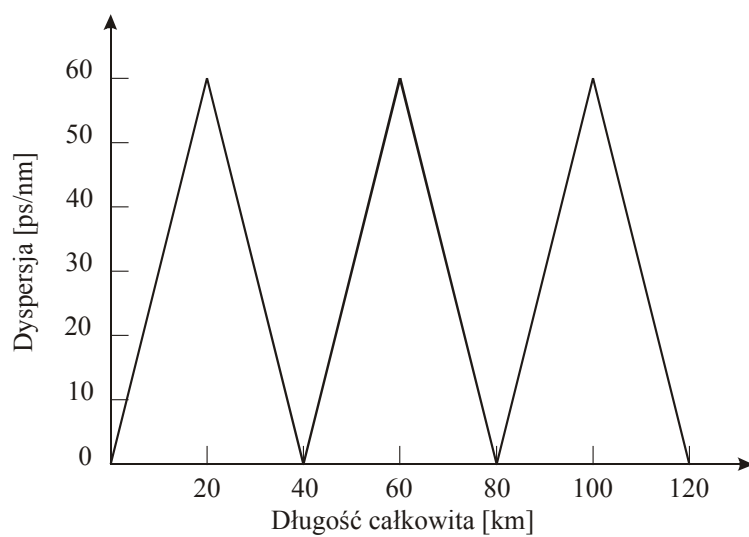
Podsumujmy klasyfikację światłowodów ze względu na dyspersję. Rozróżniamy następujące światłowody charakteryzujące się odmiennymi własnościami dyspersyjnymi: włókna jednomodowe bez przesuniętej dyspersji (ang. Non-DSF) zerowa dyspersja GVD występuje dla 1310 nm,

- włókna jednomodowe z przesuniętą dyspersją (ang. DSF): zerowa dyspersja GVD występuje dla 1550 nm, zastosowania jednokanałowe TDM, efekty nieliniowe powodują problemy dla technik wielokanałowych DWDM,
- włókna jednomodowe z niezerową, przesuniętą dyspersją o dodatnim nachyleniu współczynnika D (ang. (+D) NZ-DSF): włókna podobne do DSF, ale zerowa dyspersja jest przesunięta poza okno 1550 nm. Dla 1550 nm światłowód charakteryzuje się niewielką, ale niezerową dyspersją GVD, nachylenie współczynnika D jest dodatnie względem długości fal,
- włókna jednomodowe z niezerową, przesuniętą dyspersją o ujemnym nachyleniu współczynnika D (-D) NZ-DSF: włókna podobne do DSF, ale zerowa dyspersja jest przesunięta poza okno 1550 nm. Dla 1550 nm światłowód charakteryzuje się niewielką, ale niezerową dyspersją GVD, nachylenie współczynnika D jest ujemne względem długości fal,
- włókna jednomodowe z niezerową, płaską charakterystyką, stopień nachylenia można osiągnąć przez nakładanie wielu warstw płaszczu (ang. multiple cladding layers).

Własności światłowodów typu (+D) NZ-DSF) oraz (-D) NZ-DSF mających przeciwną dyspersję GVD są wykorzystywane do kompensacji prędkości grupowej GVD. Zastosowanie jednakowych naprzemiennych odcinków światłowodów (+D) NZ-DSF) oraz (-D) NZ-DSF powoduje, że całkowita dyspersja GVD staje się zanedbywalnie mała. Takie rozwiązania mogą być



wykorzystywanych w technikach multipleksacji DWDM Rys.3.21 ilustruje tę metodę kompensacji GVD.



Rys.3.21. Metoda kompensacji GVD za pomocą naprzemiennie ułożonych włókien (+D) NZ-DSF oraz (-D) NZ-DSF

**Tabela 3.2 Przedstawia charakterystyki współczesnych włókien jednomodowych z niezerową przesuniętą dyspersją - NZDS- SMF**

True Wave	1994, Lucent Technologies, wersja True Wave + oraz True Wave – (naprzemienna dyspersja) pozwoliła uzyskać bez regeneracji transmisję do około 1000 km przy szybkościach 2.5 Gb/s lub 300 km z szybkością 10 Gb/s, wartość dyspersji w paśmie 1460-1625nm <sup>2</sup> do 14ps/nm*km), TrueWave® jest włóknem zgodnym ze standardem ITU-T G.655 (NZDF). Włókno TrueWave RS oferuje najmniejsze nachylenie charakterystyki dyspersyjnej
All Wave	Bell Laboratory (Lucent), transmisja we wszystkich czterech oknach transmisyjnych II,III, IV, V. Dotychczas transmisja w V oknie była niedostępna ze względu na wysoką tłumienność spowodowaną absorpcją jonów OH <sup>-</sup> . Może być używany w całym paśmie od 1280 do 1625 nm. Włókno ma bardzo niską tłumienność w tzw. piku wodnym - dla 1383 nm tłumienność nie przekracza 0,31dB/km. Włókno jest zgodne z najnowszym standardem ITU-T G.652.D.
LEAF	Large Effective Area, 1998, Corning , niższe szumy, pozwala zwiększyć odległość między kolejnymi wzmacniaczami EDFA do ponad 100 km
TERALIGHT	1999, Alcatel, zerowa dyspersja dla 1440 nm, niewielkie dodatnie nachylenie dyspersji w całym paśmie przenoszenia wzmacniaczy EDFA, doskonałe włókno do dalekich transmisji wielokanałowej UWDM

### 3.2.3. Dyspersja polaryzacyjna

O zjawiskach polaryzacji w światłowodach mówiliśmy w rozdziale 1. W idealnym światłowodzie nie ma wyróżnionej osi optycznej, materiał rdzenia i płaszczka jest izotropowy, czyli nie występuje zjawisko dwójłomności. W rzeczywistych światłowodach naprężenia, zmiany gęstości, przypadkowe zmiany kształtu, średnicy rdzenia powodują przypadkowe powstawanie wyróżnionych osi optycznych, a więc zjawisko dwójłomności. W konsekwencji dwie ortogonalne składowe wędrują w światłowodzie jako promień zwyczajny i nadzwyczajny, które poruszają się w światłowodzie z różną prędkością. Różne prędkości dwóch składowych ortogonalnych generują różnicę fazy zmieniającą się w czasie propagacji wzdłuż światłowodu i mieszanie dwóch składowych w sposób przypadkowy co powoduje zmianę polaryzacji. Oprócz zmiany polaryzacji w czasie propagacji, różne prędkości promienia zwyczajnego (prostopadłego do płaszczyzny, w której leży oś optyczna) i nadzwyczajnego (leżącego w tej samej płaszczyźnie co oś optyczna) powodują, że promienie docierają na koniec światłowodu w różnym czasie. Ten typ dyspersji nosi nazwę dyspersji polaryzacyjnej PMD (ang. polarization mode dispersion). Zmiany polaryzacji nie są istotne, gdy w światłowodzie propaguje światło ciągłe (ang. continuous wave, CW), bowiem detektory nie są czułe na zmianę stanu polaryzacji. Jednak w wielu zastosowaniach utrzymanie stałego stanu polaryzacji jest istotne, np. w interferometrach światłowodowych, laserach światłowodowych, czujnikach, modulatorach optoelektrycznych, w transmisji koherentnej oraz sprzężaniu zintegrowanych obwodów optycznych. Zjawisko dyspersji spowodowanej różną prędkością promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego stało się szczególnie istotne w systemach komunikacji optycznej o dużych przepływnościach rzędu Gb/s, w których krótkie impulsy wędrują na duże odległości przez światłowód. Różna prędkość promieni ortogonalnych powoduje dyspersję prędkości grupowej GVD, która wydłuża impuls czasowy. Wysoki udział dyspersji polaryzacyjnej, w połączeniu z dyspersją GVD powoduje zniekształcenia obrazu typu CSO (ang. composite second order) w amplitudowo modulowanych systemach video, objawiający się pojawieniem diagonalnych lub cyrkulujących linii na ekranie telewizora. Dla systemów cyfrowych o dużych przepływnościach, efekt PMD powoduje zwiększenie elementowej stopy błędu.

Jak mówiliśmy w rozdziale 1 opisując światłowody utrzymujące polaryzację PM, miarą dwójłomności jest parametr zwany dwójłomnością modową  $B_m$  (nie mylić tego oznaczenia ze znormalizowaną stałą propagacji zdefiniowanej równaniem (1.81))

$$B_m = \frac{|\beta_y - \beta_x|}{k_0} = n_{eff}^x - n_{eff}^y, \quad (3.48)$$

gdzie  $\beta_y$  oraz  $\beta_x$  są stałymi propagacji ortogonalnych modów, zaś  $n_{eff}^x$  i  $n_{eff}^y$  są efektywnymi współczynnikami załamania w kierunku  $x$  i  $y$ ,  $k_0$  jest wektorem falowym dla propagowanej długości fali  $\lambda_0$ . Innym parametrem definiującym dwójłomność światłowodu jest długość zdudnień  $L_B$  (ang. beat length)

$$L_B = \frac{2\pi}{|\beta_y - \beta_x|} = \frac{\lambda}{B_m}, \quad (3.49)$$

gdzie  $L_B$  jest drogą, na której różnica faz modów ortogonalnych zwiększa się o  $\frac{\pi}{2}$ , drogą na której wymieniana jest moc między modami. Zjawisko to powtarza się periodycznie.

Parametrem, który charakteryzuje zjawisko dyspersji spowodowanej stanem polaryzacji (ang. polarization-mode dispersion, PMD) jest opóźnienie czasowe  $\Delta T$  między dwiema ortogonalnymi składowymi. Parametr ten jest miarą deformacji (wydłużenia impulsu czasowego) na drodze  $L$  dla światłowodu charakteryzowanego przez dwójłomność modową  $B_m$  i wyrażony jest wzorem

$$\Delta T = \left| \frac{L}{v_{gx}} - \frac{L}{v_{gy}} \right| = L |\beta_{1x} - \beta_{1y}| = L \delta\beta_1 \quad (3.50)$$

gdzie

$$\delta\beta_1 = k_0 (dB_m / d\omega)$$

Parametr  $\Delta T$  nie jest jednak dobrym parametrem do charakteryzowania zwykłych światłowodów, bez utrzymywania polaryzacji, wielkość  $\Delta T$  jest w nich zmienną stochastyczną, której średnia dąży do zera. Dlatego lepszym parametrem jest średnie odchylenie standardowe dla  $\Delta T$  (ang. root-mean-square, RMS) [6].

$$\sigma_T^2 = \langle (\Delta T)^2 \rangle = 2(\Delta l_c)^2 [\exp(-L / l_c) + L / l_c - 1] \quad (3.51)$$

gdzie  $\Delta l_c$  jest wewnętrzną dyspersją modową światłowodu,  $l_c$  jest długością korelacji zdefiniowaną jako odległość, na której utrzymuje się korelacja między dwiema ortogonalnymi składowymi polaryzacji. Typowa długość korelacji wynosi  $10^7$  m, czyli dla  $L > 0.1$  km można założyć, że  $l_c \ll L$ ,

i wzór przyjmuje postać

$$\sigma_T \approx \Delta \sqrt{2l_c L} \equiv D_p \sqrt{L} \quad (3.52)$$

gdzie  $D_p$  jest parametrem dyspersji polaryzacyjnej (ang. PMD parameter), wyrażony w  $ps / \sqrt{km}$ . Typowe wartości PMD są rzędu 0.1-1  $ps / \sqrt{km}$

## PODSUMOWANIE

Poznaliśmy następujące rodzaje dyspersji:

### 1. Dyspersja chromatyczna

- 1.1. **Dyspersja falowodowa** - jest efektem przenikania części światła do płaszcza światłowodu
- 1.2. **Dyspersja materiałowa** - promień świetlny nie jest monochromatyczny i światło o różnej długości fali przebiega przez światłowód z różnymi prędkościami. Jednak dopiero niezerowa druga pochodna współczynnika załamania powoduje poszerzenie sygnału
- 1.3. **Dyspersja polaryzacyjna** – wynika z faktu występowania zjawiska dwójłomności w światłowodach

2. **Dyspersja modowa** – wynika z faktu, że światło jest wprowadzane do rdzenia pod różnymi kątami. W zależności od kąta, światło przebywa różną drogę wewnątrz rdzenia, co zmienia czas przejścia światła przez światłowód i powoduje poszerzenie sygnału.

Parametry charakteryzujące dyspersję chromatyczną:

$$\beta_1 = \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{1}{v_g} = t_g = \frac{n}{c} \left(1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}\right) \quad \text{prędkość grupowa}$$

$$\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2}\right) \quad \text{GVD}$$

$$\beta_3 = \frac{d^3\beta}{d\omega^3} \quad \text{nachylenie GVD}$$

Gdy  $\beta_2 > 0$  mówimy, że światłowód wykazuje normalną (lub dodatnią) dyspersję GVD, gdy  $\beta_2 < 0$  mówimy, że światłowód wykazuje anomalną (lub ujemną) dyspersję GVD

Często, zamiast  $\beta_2$ , do wyrażenia dyspersji prędkości grupowej używamy **współczynnika**

**dyspersji** zdefiniowanego jako

$$D = \frac{dt_g}{d\lambda} \left[ \frac{ps}{nm \cdot km} \right], \text{ gdzie } t_g = \frac{1}{v_g} = \frac{d\beta}{d\omega}$$

Współczynnik dyspersji wyznacza poszerzenie czasowe impulsu w ps (pikosekundach) po przejściu 1 km odcinka światłowodu, jeżeli szerokość linii widmowej źródła światła wynosi 1 nm. D ma odwrotny znak niż  $\beta_2$ , bowiem

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$$

Innym parametrem, który charakteryzuje dyspersję chromatyczną jest współczynnik  $d_{12}$  zdefiniowany następująco:

$$d_{12} = \beta_1(\lambda_1) - \beta_1(\lambda_2) = v_g^{-1}(\lambda_1) - v_g^{-1}(\lambda_2)$$

Parametrem, który opisuje ten efekt rozbieżności spowodowany różnymi szybkościami propagowania jest tzw.  $L_w$  (ang. walk-off length)

$$L_w = \tau_0 / |d_{12}|$$

Ważnym parametrem, który charakteryzuje nachylenie współczynnika dyspersji D jest

$$S = \frac{dD}{d\lambda} = \left( \frac{2\pi c}{\lambda^2} \right)^2 \beta_3 + \left( \frac{4\pi c}{\lambda^3} \right) \beta_2$$

1. H. Abramczyk, Introduction to Laser Spectroscopy, Elsevier, New York, 2005
2. G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, 3rd edition, 2001
3. H.A. Haus, Waves and Fields in Opto-electronics, Prentice Hall, 1984
4. C.C. Chang, H.P. Sandesai, A.M. Weiner, Opt.Lett. 23, 283 (1998)
5. T. Li (ed), Optical Fiber Communications: Fiber Fabrication, Vol. 1, Academic Press, San Diego, 1985
6. G. J. Foschini, C.D. Poole, J. Lightwave Technol., 9, 1439 (1991)